

מתמטיקה

מכינה

עמק יזרעאל



הקדמה כללית:

ספר התרגילים של גול הינו פרי של שנות ניסיון רבות בהוראת חומרי הלימוד ובהגשה לבחינות הבגרות במתמטיקה הן בבתי הספר התיכוניים, הן בבתי הספר הפרטיים והן במכינות האוניברסיטאיות.

שאלות תלמידים וטעויות נפוצות וחוזרות הולידו את הרצון להאיר את הדרך הנכונה לעומדים בפני מקצוע חשוב זה.

הספר מסודר לפי הפרקים התואמים את תכנית הלימודים הנוכחית של משרד החינוך ומכיל את כל חומר הלימוד הנדרש. תוכן הפרקים מורכב מחלק תיאורטי ותרגול. החלק התיאורטי מכיל הסברים ופתרונות מלאים בסרטונים באתר הבגרויות של גול, וחלק התרגול נועד לאפשר לתלמיד לתרגל את החומר הנלמד. השאלות שמופיעות תחת הנושאים הקרויים 'תרגול נוסף' אינן פתורות בסרטונים היות והן ניתנות כבונוס למורה ולתלמיד.

הניסיון מלמד כי לתרגול בקורס זה חשיבות יוצאת דופן, ולכן ספר זה בולט בהיקפו ובמגוון התרגילים המופיעים בו.

הפתרונות מוגשים בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.

תקוותנו היא שספר זה ישמש מורה-דרך לכם התלמידים ויוביל אתכם להצלחה.

בהצלחה!

צוות האתר גול

ספר זה בנוי לפי הפרקים הבאים:

1	מבוא לאלגברה
40	טכניקה אלגברית
51	מושגי יסוד בגיאומטריה אנליטית
59	הפרבולה
71	קריאת גרפים ובניית גרפים
90	בעיות גדילה ודעיכה
115	סטטיסטיקה
137	הסתברות
158	התפלגות נורמאלית
163	חשבון דיפרנציאלי – פונקציה פולינומית

כל פרק פותח בתוכן עניינים מפורט בו תוכלו להתרשם מהסידור הפנימי והנושאים הכלולים בפרק זה. סדר הצגת הנושאים בספר זה ובאתר גול הינו עקבי ומאפשר עבודה שוטפת במהלך הלימוד.

תוכן העניינים:

פרק 1.....	3
מבוא לאלגברה.....	3
מספרים מכוונים :	3
סיכום כללי:	3
שאלות:	4
חזקות ושורשים עם מספרים מכוונים :	6
סיכום כללי:	6
שאלות:	7
סדר פעולות חשבון עם מספרים מכוונים :	7
סיכום כללי:	7
שאלות:	8
שברים פשוטים ועשרוניים :	8
סיכום כללי:	8
אחוזים :	9
שאלות:	9
כפל וחילוק שברים :	12
סיכום כללי:	12
שאלות:	12
חיבור חיסור שברים :	13
סיכום כללי:	13
שאלות:	14
בעיות יסודיות באחוזים :	16
סיכום כללי:	16
שאלות:	16
חזרה על תבניות מספר :	17
סיכום כללי:	17
שאלות:	17
כינוס איברים :	18
סיכום כללי:	18
שאלות:	19
פישוט ביטויים ע"י פתיחת סוגריים :	20
סיכום כללי:	20
שאלות:	20

- 21 פישוט ביטויים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר :
21 סיכום כללי :
22 שאלות :
23 פירוק לגורמים של ביטויים אלגבריים :
23 סיכום כללי :
23 שאלות :
25 פירוק הטרינום :
25 סיכום כללי :
25 שאלות :
26 שברים אלגבריים :
26 סיכום כללי :
27 שאלות :
28 כפל וחילוק של שברים אלגבריים :
28 סיכום כללי :
29 שאלות :
29 חיבור וחסור של שברים אלגבריים :
29 סיכום כללי :
30 שאלות :
32 שברים כפולים :
32 סיכום כללי :
32 שאלות :
33 תשובות סופיות :

פרק 1

מבוא לאלגברה

מספרים מכוונים:

סיכום כללי:

- מספרים מכוונים הם מספרים שיכולים לקבל סימן חיובי או שלילי, כגון:
- בקניון גדול ישנן קומות 1, 2, 3, 4, וכן חניונים הממוקמים בקומות 1-, 2-, ו-3-.
 - גובה פני הים מוגדר להיות 0 מטרים. העיר חיפה נמצאת כ-103 מטרים מעל פני הים בעוד שים המלח נמצא בגובה 426- מטרים.

כללים:

- כאשר מחברים שני מספרים בעלי סימנים זהים, מחברים את המספרים עצמם והסימן נשאר.
- כאשר מחברים שני מספרים בעלי סימנים מנוגדים, מחסירים את המספרים זה מזה (הקטן מהגדול) וסימן התוצאה כסימן המספר הגדול מביניהם.
- כפל וחילוק יתבצע בשני חלקים:
 - ביצוע הפעולה על המספרים עצמם.
 - קביעת הסימן של התוצאה באופן הבא:
 - כפל או חילוק של שני מספרים בעלי אותו סימן - התוצאה תהיה חיובית.
 - כפל או חילוק של שני מספרים שונים סימן - התוצאה תהיה שלילית.

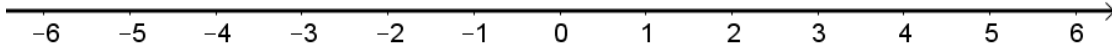
הערה:

אם יש רצף של מכפלות (או חילוקים), סימן התוצאה תלוי במספר הפעמים שבהם מופיע סימן שלילי (-). אם הסימן מופיע מספר זוגי של פעמים התוצאה חיובית, ואם הוא מופיע מספר אי-זוגי של פעמים אזי התוצאה שלילית.

שאלות:

1) סמנו את המספרים הבאים על ציר המספרים בהתאמה:

$$-3\frac{1}{2}, 4, 1\frac{1}{3}, -5, -\frac{1}{2}, 2, 0, \frac{1}{2}, -2$$



2) חשבו את ערכי הביטויים הבאים:

א. $3+2$	ב. $-3-2$
ג. $3-2$	ד. $-3+2$
ה. $-1-4$	ו. $7+10$
ז. $-6+5$	ח. $-7+3$

3) חשבו את ערכי הביטויים הבאים:

א. $5+7-23+1$	ב. $5-8-12+17$
ג. $3-14+2+6$	ד. $-4-11+2+9$
ה. $6-21+3-7$	ו. $-7-13+5-3$

4) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $4 \cdot 9$	ב. $4 \cdot (-7)$
ג. $(-6) \cdot (-5)$	ד. $(-5) \cdot (-3)$
ה. $(-2) \cdot 8$	ו. $(-8) \cdot 5$
ז. $(-2) \cdot (-3) \cdot (-3)$	ח. $2 \cdot 3 \cdot 3$
ט. $(-2) \cdot 3 \cdot (-3)$	י. $(-2) \cdot (-3) \cdot 3$
יא. $2 \cdot 3 \cdot (-3)$	יב. $(-2) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-2)$
יג. $(-1) \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot 2$	יד. $1 \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot 2$

5) מהו הסימן של תוצאת המכפלה בכל מקרה :

א. $(-2) \cdot (-4) \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot (-6) \cdot (-5)$

ב. $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot 6 \cdot (-5)$

ג. $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot (-6) \cdot (-5)$

ד. $(-1) \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-3) \cdot (-10) \cdot 6 \cdot 5$

6) חשבו את ערכי הביטויים הבאים :

ב. $(-30) : 3$

א. $(-25) : (-5)$

ד. $(-32) : (-4)$

ג. $40 : (-10)$

ו. $4 : (-16)$

ה. $(-6) : 18$

7) חשבו את ערכי הביטויים הבאים :

ב. $\frac{42}{-6}$

א. $\frac{-60}{12}$

ד. $\frac{-12}{-3}$

ג. $\frac{32}{-4}$

8) מה התוצאה של כל אחת מהפעולות הבאות :

ב. $(-2) \cdot 0$

א. $0 : 5$

ד. $6 : 0$

ג. $0 \cdot (-3) \cdot 4$

ו. $0 - 4$

ה. $0 + 4$

חזקות ושורשים עם מספרים מכוונים:

סיכום כללי:

הגדרה:

פעולת החזקה היא צורה מקוצרת שמייצגת פעולת כפל של אותו מספר בעצמו מספר פעמים. סימון החזקה הוא באופן הבא:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

כאשר a נקרא הבסיס ו- n נקראת החזקה.

הערות:

- כאשר הבסיס חיובי, התוצאה תמיד תהיה חיובית ללא קשר האם החזקה היא זוגית או אי-זוגית.
- כאשר הבסיס שלילי, התוצאה תהיה חיובית אם החזקה היא זוגית ושלילית אם החזקה היא אי-זוגית.

הגדרה:

פעולת השורש היא הפוכה לפעולת החזקה והיא מאפשרת למצוא את בסיס החזקה. סימון השורש הוא באופן הבא:

$$\sqrt[n]{a}$$

כאשר a נקרא הבסיס ו- n נקרא סדר השורש.

הערות:

- שורש למספר זוגי יכול להיות מסדר זוגי או אי-זוגי.
- שורש למספר שלילי יכול להיות מסדר אי-זוגי בלבד.

שאלות:

9) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- | | |
|--------------|---------------|
| א. 3^2 | ב. 3^3 |
| ג. $(-3)^3$ | ד. $(-2)^3$ |
| ה. 4^3 | ו. 3^4 |
| ז. $(-5)^3$ | ח. 10^4 |
| ט. $-(-3)^4$ | י. -5^4 |
| יא. -4^3 | יב. $-(-2)^6$ |

10) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- | | |
|--------------------|----------------------|
| א. $\sqrt[3]{-27}$ | ב. $\sqrt[4]{625}$ |
| ג. $\sqrt[4]{-16}$ | ד. $\sqrt[5]{-32}$ |
| ה. $-\sqrt[4]{81}$ | ו. $-\sqrt[3]{1000}$ |

סדר פעולות חשבון עם מספרים מכוונים:

סיכום כללי:

סדר פעולות חשבון:

- פעולות כפל וחילוק קודמות לפעולות חיבור וחסור.
- פעולות חזקה ושורש קודמות לפעולות חזקה ושורש.
- סוגריים קודמים לכל.

שאלות:

11) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- א. $\sqrt{81} + 3 \cdot 2^3 - 40 : 8$
- ב. $(-3)^2 : 9 - 2 \cdot (-4^2)$
- ג. $\sqrt{144} - 20 : 4 + 3 \cdot (-2)^2$
- ד. $3 + 4 \cdot [-3 + 4 \cdot (-2)] + \sqrt{10 + 6}$
- ה. $(-3)^4 : (-9) - 5 \cdot (-2)^3$
- ו. $-\sqrt{9} + 5^2 : (-4 - 1) - 24 : 12 \cdot 3$
- ז. $-2^5 : (-8) + 4^2 - 3 \cdot 5$
- ח. $\sqrt[3]{-27} + 4 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3^3$
- ט. $[6 \cdot (-1)^4 - 10 \cdot (-1)^3] \cdot (-1)^5$
- י. $(8 - \sqrt[3]{64}) \cdot (2 \cdot (-4) - \sqrt[3]{243})$
- יא. $\frac{3^2 \cdot (8 - 2 \cdot 3)^3}{(5^2 \cdot 3 - 72) \cdot (-4)} + 2 \cdot \{15 - 20 : (4 + 3 \cdot 2)\}$

שברים פשוטים ועשרוניים:

סיכום כללי:

הגדרה כללית:

השבר הוא חלק מתוך השלם. מקובל לסמן שבר באמצעות קו שבר המפריד בין המונה (החלק העליון) למכנה (החלק התחתון) באופן הבא:

$$\frac{\text{מונה}}{\text{מכנה}}$$

ישנם שלושה סוגים אפשריים של שברים:

- שבר פשוט – בו המונה קטן מהמכנה (ולכן תמיד יהיה קטן מ-1).
- שבר מדומה – בו המונה גדול מהמכנה (יהיה גדול בערכו מ-1).
- שבר מעורב – המכיל שילוב של מספר שלם ושבר כלשהו.

שבר עשרוני:

שבר שהמכנה שלו הוא מספר המהווה כפולות של 10 כגון: 10, 100, 1000 ...
שבר עשרוני מיוצג ע"י נקודה עשרונית אשר מבדילה בין החלק שלם לחלק השברי
באופן הבא:

$$\underbrace{XX}.\underbrace{YYY}$$

שברים שלמים

כדי להמיר שבר פשוט לשבר עשרוני המכנה צריך להיות בכפולות של 10.

אחוזים:

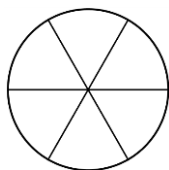
הגדרה:

השבר $\frac{1}{100}$ מוגדר להיות אחוז אחד ומסומן באופן הבא: 1%.
באופן זה השבר $\frac{45}{100}$ יכתב: 45%, והשבר $\frac{145}{100}$ יכתב: 145%.

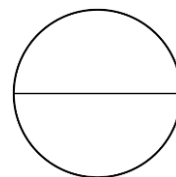
שאלות:

12) צבע את החלקים המתאימים בכל עיגול:

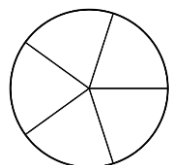
ב. צבע $\frac{1}{6}$ מהעיגול



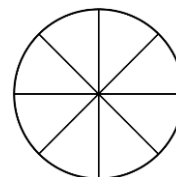
א. צבע $\frac{1}{2}$ מהעיגול



ד. צבע $\frac{2}{5}$ מהעיגול

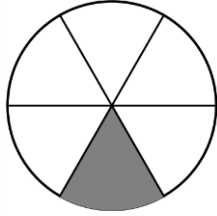


ג. צבע $\frac{3}{8}$ מהעיגול

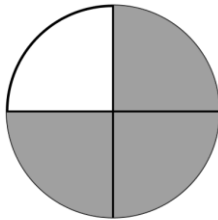


13) כתוב את השבר המתאים לחלקים הצבועים בכל אחד מהמקרים הבאים:

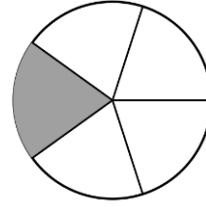
ב. שבר:



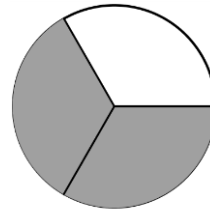
ד. שבר:



א. שבר:



ג. שבר:



14) הרחב את השברים הבאים:

א. השבר: $\frac{1}{2}$ לפי מכנה 4, לפי מכנה 18, לפי מכנה 40.

ב. השבר $\frac{3}{5}$ לפי מכנה 10, לפי מכנה 25, לפי מכנה 60.

ג. השבר $\frac{5}{8}$ לפי מכנה 16, לפי מכנה 32, לפי מכנה 88.

15) צמצם את השברים הבאים ככל הניתן:

א. $\frac{25}{30}$	ב. $\frac{10}{30}$	ג. $\frac{6}{24}$	ד. $\frac{4}{20}$
ה. $\frac{35}{56}$	ו. $\frac{24}{42}$	ז. $\frac{36}{48}$	ח. $\frac{33}{121}$

16) המר את השברים המדומים הבאים לשברים מעורבים:

א. $-\frac{20}{3}$	ב. $\frac{19}{4}$	ג. $\frac{12}{5}$	ד. $\frac{22}{5}$
ה. $-\frac{34}{6}$	ו. $-\frac{50}{7}$	ז. $\frac{47}{8}$	ח. $\frac{60}{9}$

(17) המר את השברים המעורבים הבאים לשברים מדומים :

א. $1\frac{2}{3}$	ב. $3\frac{5}{6}$	ג. $4\frac{1}{2}$	ד. $6\frac{1}{4}$
ה. $11\frac{3}{4}$	ו. $-2\frac{5}{8}$	ז. $-6\frac{2}{7}$	ח. $12\frac{7}{9}$

(18) קבע איזה שבר גדול יותר בכל אחד מהמקרים הבאים :

א. $\frac{4}{10}$ או $\frac{3}{10}$	ב. $\frac{7}{6}$ או $\frac{7}{8}$
ג. $\frac{5}{6}$ או $\frac{2}{3}$	ד. $\frac{7}{12}$ או $\frac{5}{18}$

(19) המר את השברים העשרוניים הבאים לשברים פשוטים מצומצמים או מעורבים :

א. 0.7	ב. 0.07	ג. 0.007	ד. 0.34
ה. 0.304	ו. 0.65	ז. 1.2	ח. 1.02
ט. 1.42	י. 3.5	יא. 6.03	יב. 5.125

(20) המר את השברים הבאים לשברים עשרוניים :

א. $\frac{3}{10}$	ב. $\frac{3}{100}$	ג. $\frac{3}{1000}$	ד. $\frac{23}{1000}$
ה. $\frac{1}{2}$	ו. $\frac{3}{4}$	ז. $\frac{2}{5}$	ח. $\frac{4}{25}$
ט. $\frac{7}{50}$	י. $\frac{3}{20}$	יא. $\frac{7}{8}$	יב. $\frac{9}{16}$
יג. $9\frac{1}{10}$	יד. $3\frac{1}{5}$	טו. $4\frac{7}{8}$	טז. $-4\frac{1}{16}$

(21) כתוב את השברים הבאים בצורתם העשרונית

(היעזר במחשבון וכתוב עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית) :

א. $\frac{2}{3}$	ב. $\frac{5}{6}$	ג. $\frac{3}{7}$	ד. $\frac{2}{11}$
------------------	------------------	------------------	-------------------

22) המר מאחוזים לשברים פשוטים :

א. 25%	ב. 32%	ג. 64%	ד. 80%
ה. 120%	ו. 5%	ז. 300%	ח. 150%

23) המר משברים פשוטים לאחוזים :

א. $\frac{3}{4}$	ב. $\frac{1}{8}$	ג. $\frac{4}{5}$	ד. $\frac{7}{20}$
ה. $\frac{11}{40}$	ו. $\frac{70}{125}$	ז. $\frac{5}{6}$	ח. $\frac{4}{9}$

כפל וחילוק שברים:

סיכום כללי:

- כשכופלים שני שברים יש לכפול מונה במונה ומכנה במכנה.
 - במידה ומדובר במספר שלם הכופל שבר, יש לכפול אותו במונה.
 - במידה ומדובר בשברים מעורבים, יש להפוך אותם תחילה לשברים מדומים ורק אז לבצע את פעולת הכפל.
- כדי לחלק שברים, יש לכפול את השבר הראשון בהופכי של השבר השני.
 - הופכי של שבר מסוים מתקבל ע"י החלפת המונה במכנה.

שאלות:

24) חשב את ערכי הביטויים הבאים :

א. $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$	ב. $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6}$	ג. $\frac{2}{9} \cdot \frac{8}{10}$
ד. $3 \cdot \frac{4}{5}$	ה. $6 \cdot \frac{2}{3}$	ו. $\frac{12}{25} \cdot 5$
ז. $1\frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{4}$	ח. $3\frac{1}{2} \cdot 4\frac{2}{5}$	ט. $3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{2}{5}$
י. $\left(\frac{4}{5}\right)^3$	יא. $\frac{4}{5^3}$	יב. $\frac{4^3}{5}$

25) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\frac{2}{5} : \frac{4}{9}$	ב. $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$	ג. $\frac{3}{25} : \frac{7}{10}$
ד. $8 : \frac{2}{9}$	ה. $10 : \frac{2}{3}$	ו. $\frac{5}{6} : 3$
ז. $\frac{2}{5} : 5$	ח. $3\frac{3}{4} : 5\frac{5}{8}$	ט. $2\frac{2}{5} : 1\frac{3}{15}$

חיבור חיסור שברים:

סיכום כללי:

כפולה משותפת מינימלית:

בהינתן זוג מספרים a ו- b , המספר הקטן ביותר אשר תוצאת חלוקתו במספרים הנ"ל מניבה מספר שלם נקרא הכפולה המינימלית שלהם.

הערות:

- כפולה מינימלית יכולה להיות גם עבור יותר משני מספרים.
- הכפולה המינימלית תהיה המכנה המשותף בעת פעולות חיבור וחסור של שברים.

כללי החיבור והחסור של שברים:

- חיבור וחסור של שברים בעלי אותו המכנה מתבצע על המספרים שבמונה בלבד כאשר המכנה נשאר כפי שהוא.

$$\text{דוגמא: } \frac{2}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2-3}{7} = \frac{-1}{7}, \quad \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

- חיבור וחסור של שברים בעלי מכנים שונים מתבצע ע"י פעולת מכנה משותף.

$$\text{דוגמא: } \frac{1}{4} - \frac{5}{6} = \frac{3}{12} - \frac{10}{12} = \frac{3-10}{12} = -\frac{7}{12}, \quad \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$$

- חיבור של שבר עם מספר שלם יתבצע באופן ישיר.

$$\text{דוגמא: } 3 + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{4}$$

חיסור של שבר ממספר שלם יתבצע ע"י הוצאת שלמים מהשבר.

$$\text{דוגמא: } 3 - \frac{1}{4} = 2\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}$$

דרך נוספת היא ע"י העברת המספר השלם לשבר מדומה: $3 - \frac{1}{4} = \frac{12}{4} - \frac{1}{4} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$

- חיבור וחיסור של שברים מעורבים יתבצע ע"י העברתם לשברים מדומים תחילה.

$$\text{דוגמא: } 3\frac{2}{5} + 2\frac{1}{6} = \frac{17}{5} + \frac{13}{6} = \frac{17 \cdot 6}{30} + \frac{13 \cdot 5}{30} = \frac{102 + 65}{30} = \frac{167}{30} = 5\frac{17}{30}$$

ניתן גם לפצל ולבצע את פעולת החיבור (או החיסור) של המספרים השלמים תחילה, ולאחר מכן לבצע את הפעולה עבור השברים.

$$\text{דוגמא: } 2\frac{3}{4} - 5\frac{1}{3} = (2 - 5) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) = -3 + \left(\frac{9}{12} - \frac{4}{12}\right) = -3 + \frac{5}{12} = -2\frac{7}{12}$$

שאלות:

(26) מצא את הכפולה המשותפת המינימלית של המספרים הבאים:

- | | | | |
|-----------|----------|--------------|-------------|
| א. 2 ו-3 | ב. 2 ו-4 | ג. 3 ו-5 | ד. 6 ו-10 |
| ה. 4 ו-10 | ו. 4 ו-6 | ז. 3, 5 ו-10 | ח. 2, 3 ו-8 |

(27) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

- | | |
|--|---|
| א. $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$ | ב. $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$ |
| ג. $\frac{4}{13} + \frac{9}{13}$ | ד. $\frac{7}{8} + \frac{7}{8}$ |
| ה. $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$ | ו. $\frac{8}{9} - \frac{7}{9}$ |
| ז. $\frac{2}{12} - \frac{5}{12}$ | ח. $\frac{2}{5} - \frac{6}{5}$ |
| ט. $\frac{2}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8}$ | י. $\frac{7}{15} + \frac{8}{15} - \frac{6}{15}$ |

28) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א.	$\frac{1}{2} + \frac{4}{3}$
ב.	$\frac{3}{5} + \frac{1}{10}$
ג.	$\frac{4}{6} - \frac{1}{12}$
ד.	$\frac{3}{6} - \frac{5}{8}$
ה.	$\frac{5}{4} + \frac{7}{2} + \frac{2}{8}$
ו.	$\frac{7}{3} + \frac{6}{5} + \frac{3}{10}$
ז.	$\frac{4}{7} - \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$
ח.	$\frac{1}{4} + \frac{2}{8} - \frac{3}{5}$

29) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א.	$2 + \frac{5}{6}$
ב.	$2 - \frac{5}{6}$
ג.	$2\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$
ד.	$2\frac{1}{4} - \frac{5}{6}$
ה.	$3\frac{2}{3} + 4\frac{1}{4}$
ו.	$5\frac{7}{8} - 6\frac{1}{2}$
ז.	$2 + \frac{5}{6} - \frac{1}{9}$
ח.	$\frac{3}{4} - 1\frac{1}{5} + \frac{8}{20}$

30) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א.	$\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right) + 2\frac{1}{3}$
ב.	$\frac{3}{14} : \frac{2}{7} + \frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} - \frac{2}{5}$
ג.	$\frac{5}{11} \cdot 2\frac{3}{4} - 6 : \frac{2}{5}$
ד.	$2\frac{4}{5} : \frac{9}{10} \cdot \frac{6}{7} + \frac{1}{6}$
ה.	$\frac{5}{6} : \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot 3\frac{1}{4}$

בעיות יסודיות באחוזים:

סיכום כללי:

נוסחה לביצוע חישובים עם אחוזים:

$$\text{תמורת האחוז} = \text{שלם} \cdot \frac{\text{אחוז}}{100}$$

למשל, בהינתן גודל שלם 120, אשר יש לחשב כמה הם 40 אחוזים ממנו, נקבל לפי הנוסחה: $48 = \frac{40}{100} \cdot 120$, כלומר: **תמורת האחוז 40 מהגודל 120 היא 48.**

שאלות:

31 בכיתה 30 תלמידים. 60% מתוכם בנות.

- א. כמה בנות בכיתה?
- ב. כמה בנים בכיתה?

32 בכיתה 28 בנות המהוות 70% מכלל התלמידים בכיתה.

- א. כמה תלמידים בכיתה?
- ב. כמה בנים בכיתה?

33 מחיר בגד-ים הוא 300 ₪. בסוף העונה הוא נמכר ב-20% הנחה.

- א. מהו מחירו בסוף העונה?
- ב. מה גודל ההנחה?

34 מחיר ההשקה של בושם מסוים הוא 500 ₪. לאחר מכן מועלה מחירו ב-8%.

- א. מה מחירו הסופי?
- ב. מה גודל ההתייקרות?

35 מחיר ליטר דלק הוא 5 ₪ לליטר. בחנוכה מוזל מחירו ב-7%.

בפסח מועלה מחירו ב-7%. מה מחירו בסוף השנה?

36 מוצר מסויים מתייקר בסוכות ב-12%. בפורים מוזל המוצר ב-12%.

מחירו בסוף השנה הוא 394.24 ₪. מה מחירו בתחילת השנה?

37) ענה על השאלות הבאות:

- א. באולם קולנוע 200 צופים, מתוכם 176 בנים. מה אחוז הבנים בקהל?
- ב. בכיתה 30 תלמידים, מתוכם 18 בנות. מה אחוז הבנות בכיתה?
- ג. מחיר מוצר התייקר מ-80 ₪ ל-120 ₪. בכמה אחוזים התייקר המוצר?
- ד. מחיר מוצר הוזל מ-120 ₪ ל-80 ₪. בכמה אחוזים הוזל המוצר?
- ה. מחיר מוצר התייקר מ-150 ₪ ל-200 ₪. בכמה אחוזים התייקר המוצר?
- ו. מחיר מוצר מוזל הוזל מ-200 ₪ ל-150 ₪. בכמה אחוזים הוזל המוצר?

חזרה על תבניות מספר:

סיכום כללי:

משתנה הוא סמל המתאר כמות או גודל כלשהם אשר אינם ידועים ועשויים להשתנות.

תבנית מספר היא ביטוי אלגברי אשר מכיל משתנה (או משתנים).

ניתן להציב במשתנים ערכים מספריים שונים ולקבל תוצאות שונות עבור תבנית המספר עצמה.

במתמטיקה, תפקידה של תבנית המספר הוא להביע גודל מסוים אשר לערכו יש משמעויות שונות. דוגמא לכך היא: קנייה של x פריטים, אשר כל אחד עולה 3 שקלים, יניבו תבנית מספר של $3 \cdot x$ אשר מייצגת את הסכום הכולל של הפריטים.

שאלות:

38) חשב את ערכי הביטויים האלגבריים הבאים עבור ה- x הנתון:

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| א. $2x+5$ כאשר $x=3$ | ב. x^2+3x כאשר $x=2$ |
| ג. $-x^2+2x+3$ כאשר $x=5$ | ד. $-x^2-9x+5$ כאשר $x=5$ |
| ה. x^3+1 כאשר $x=-2$ | ו. $4-x^3$ כאשר $x=-1$ |
| ז. $(x+1)(2-x)$ כאשר $x=4$ | ח. $x^2(3x-4)$ כאשר $x=3$ |

39) חשב את ערכי הביטויים האלגבריים הבאים עבור ה- x הנתון:

- | | |
|--|--|
| א. $27x^5-2x^3+x$ כאשר $x=\frac{1}{3}$ | ב. $\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{2}x+6$ כאשר $x=-\frac{2}{3}$ |
|--|--|

40) הצב את הערכים המספריים במקום הפרמטרים וחשב את ערך תבנית המספר :

עבור : $a = 3, b = -5$	א. $a^2 + 2ab + b^2$
עבור : $x = -5, b = -1$	ב. $(x - 3)^2 + 3x^2b$
עבור : $x = -2, y = -1$	ג. $-x^3 - 2xy + y^4$
עבור : $a = 2, c = -2$	ד. $\frac{(a - 2c)^4}{a} - a^2$
עבור : $a = -1, b = 2, c = -4$	ה. $\frac{4a^2 - 3b}{c}$
עבור : $c = 13, a = -1$ ועבור : $c = 82, a = \frac{1}{3}$	ו. $\sqrt{c - 3a}$
עבור : $p = -5, q = 48, m = 3$	ז. $\frac{p^3 + 2\sqrt{q+1}}{m}$

כינוס איברים:

סיכום כללי:

תבניות אלגבריות יכולות להכיל איברים רבים ולכן נרצה לכנס אותם על מנת לפשט את התבנית. כדי לכנס איברים ניקח את כל קבוצת האיברים מאותו הסוג ונחבר את המקדמים שלהם. דוגמא: $3x + 6x - 5x = (3 + 5 - 6)x = 2x$.
 איברים שונים נבדלים זה מזה בערך התבנית האלגברית שלהם.
 כך: $3x$ שונה מ- $4y$ ושונה מ- $2xy$. באותו האופן, האיברים x ו- x^2 הם שונים.

שאלות:

(41) כנס איברים דומים :

- | | |
|--|---|
| א. $5x + 7x - 4x$ | ב. $9x^2 - 2x^2 - 3x^2 - 2x^2$ |
| ג. $-10xy + 15xy + xy - 2yx$ | ד. $x^2y - 3yx^2 + x^2y$ |
| ה. $8a^2 + 10a - 5a^2 - 11a + a^2$ | ו. $2x^2 - 3m^2 - x^2 + 3m^2$ |
| ז. $3xy + y - 30y + 6yx - 7y$ | ח. $mn^2 + 4m^2n + 6n^2m - 10nm^2 + mn^2$ |
| ט. $-6 + x^3 + 4 - 3x^3 + 17x^3 - 17$ | י. $y^2 + x^2 - 5x^2 + 5y^2 + 4x^2 - 6y^2$ |
| יא. $7x^2 - 3x - 4x + 2$ | יב. $5xy + 2x - 3yx - x + 1$ |
| יג. $3 - x - x^2 + 4x + 5x^2 - 12$ | יד. $x + xy + y - 6yx - 6y - 6x$ |
| טו. $mn + n - 5m + 5nm - 14n + 3m$ | טז. $ab^2 + 6ba^2 - 6b + 16a^2b + 3b - 6b^2a$ |
| יז. $z^3 - 4z^2 + 7 - z^3 - 8 + 8z^2$ | יח. $4x^2z + 6xz^2 - 6 - xz^2 + 12 + 10zx^2$ |
| יט. $2 - x^3 - 3 - 4x^2 + 2x + x^3 + x^2 - 2$ | כ. $x^3 - 3x - 4x^2 + 2x + x^3 + x^2 - 2x^3$ |
| כא. $2a^2b + 3x^2y + 5a^2b + 10x^2y$ | כב. $12x^2y^3 + 13a^2 - 20x^2y^3 + 2a^2$ |
| כג. $2y^2 - 4x^3y^2 - 10y^2 - x^3y^2$ | כד. $-2x^3y + 5x^2 - 4yx^3 - 6x^2$ |
| כה. $2a^2b + 2b + 3a^2 + 5b$ | כו. $5a^2b - 8ab^2 + 20a^2b - 14ab^2$ |
| כז. $-12x^2 + 2y^2 + 3x^2y + 14xy^2 - 5xy^2 - 6y^2 + 2xy + 11x^2 + x^2y - 9xy$ | |
| כח. $21x^3y^3 + x^2y^2 - 3xy^3 + x^3y - 15x^2y^2 - 7x^3y + 12x^3y^3 - 4xy^3 + 4xy^3 - 6x^3y$ | |

פישוט ביטויים ע"י פתיחת סוגריים:

סיכום כללי:

בעת ביצוע כפל בין שני איברים יש לכפול את המקדמים בנפרד ואת האותיות (משתנים) בנפרד.

כלל הפילוג:

$$\bullet a(b+c) = ab+ac$$

$$\bullet (a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

שאלות:

42 פשט את הביטויים הבאים:

ג. $-2x \cdot (-4x) \cdot (-3)$

ב. $-4x \cdot (-7x)$

א. $2x \cdot 3x$

ו. $-b \cdot 4b^2 \cdot \frac{b^2}{2}$

ה. $3a^3 \cdot (-2a^2)$

ד. $8m^2 \cdot 4m^3$

ט. $ab \cdot (-2a^2b)$

ח. $4a^2 \cdot 7b^2$

ז. $a \cdot 3b$

43 פשט את הביטויים הבאים ע"י פתיחת סוגריים:

ב. $2(-3x^2+5x-1)$

א. $2(3x-4)$

ד. $(1-2x)(-2)$

ג. $(7x-2)4$

ו. $b(b^2-3b+4)$

ה. $a(3a-1)$

ח. $5x(x^2+2x-3)$

ז. $2x(5x+3)$

י. $\frac{5}{2}(4d^4-3d)d$

ט. $3t^2(4t-t^2+6)$

44 פשט את הביטויים הבאים :

ב. $7x + (-4x - 5) + 3x + (-1 + 7x)$

א. $5x + (3x - 2) + (-4 - 2x)$

ד. $-6x - (-3x - 1) - (-7 - 4x) + 1$

ג. $8 - (2x - 5) - (4x + 2)$

ה. $(3 - 2x^2 + 4)2 + 3(x - x^2) - 6(7 - 5x) + 4x^2$

ו. $3y^2 - (y + 1 - 2y^2) + 6(5y - 6) - (-y - 4)3 + 5(y^2 + 1) - 7$

45 פשט את הביטויים הבאים :

ב. $(x + 3)(x - 7)$

א. $(x - 1)(x + 2)$

ד. $(3x + 4)(5x + 1)$

ג. $(3 - x)(x + 4)$

ו. $-2(3x - 1)(5 - 2x)$

ה. $3(4x + 1)(2x - 3)$

46 פשט את ערכי הביטויים הבאים :

א. $(x - 1)(x + 3) + 2(3 - x)$

ב. $(a + 4)(a - 2) - (a + 5)(a - 3)$

ג. $(2m - 3)(4m + 3) + 5(2m^2 - 6)$

ד. $-x^2y^2(x^3y + x^2) + 2xy(2x^3y - x^4y^2)$

פישוט ביטויים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר:

סיכום כללי:

• נוסחת ריבוע של סכום/הפרש: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

• נוסחה להפרש ריבועים: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

שאלות:

(47) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x+5)^2$	ב. $(x+2)^2$	ג. $(4x+5)^2$
ד. $(6x+2)^2$	ה. $(7x+y)^2$	ו. $(5x+2y)^2$
ז. $(x^2+7)^2$	ח. $(x^2+y^2)^2$	ט. $(x^3+2y^2x)^2$

(48) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x-6)^2$	ב. $(x-2)^2$	ג. $(5-x)^2$
ד. $(6x-1)^2$	ה. $\left(3x-\frac{1}{2}\right)^2$	ו. $\left(\frac{1}{3}x-5\right)^2$
ז. $(3m-2n)^2$	ח. $\left(x^2-\frac{3}{5}y\right)^2$	ט. $(x^2y^2-7)^2$

(49) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x-5)(x+5)$	ב. $(3+x)(x-3)$
ג. $(3x-1)(3x+1)$	ד. $(5-7x)(7x+5)$
ה. $\left(\frac{1}{2}x+6\right)\left(\frac{1}{2}x-6\right)$	ו. $\left(5y-\frac{1}{4}x\right)\left(\frac{1}{4}x+5y\right)$
ז. $(x^2+y)(x^2-y)$	ח. $(3a^2b^3-4)(3a^2b^3+4)$

(50) פשט את הביטויים הבאים:

א. $(x+1)(x+2)-3x$	ב. $(x-5)(5x-1)+2(4+x)$
ג. $x(2x-1)(2x+1)-4x^2(x+1)$	ד. $-(y+3x)(y-3x)+(y-3x)^2$
ה. $x(x+3)-(6+x)(6x+2)-(x+2)^2$	
ו. $-5(x+7)(x-7)+3(2x+5)(5-x)+(x+1)^2$	

פירוק לגורמים של ביטויים אלגבריים:

סיכום כללי:

פירוק לגורמים הוא פעולה הפוכה לפתיחת סוגריים – נרצה להוציא את הגורמים המשותפים לאיברים מחוץ לסוגריים.

• פירוק לגורמים ע"י הוצאת איבר אחד משותף:

○ הוצאת מספר משותף: $2x - 8 = 2(x - 4)$

○ הוצאת אות משותפת: $x^2 - 12x = x(x - 12)$

○ הוצאת מספר ואות יחד: $3x^2 - 21x = 3x(x - 7)$

• פירוק לגורמים ע"י נוסחאות הכפל המקוצר:

○ נוסחת הבינום של ניוטון: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

○ נוסחה להפרש ריבועים: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

שאלות:

(51) פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף:

א. $3x - 12$ ב. $6y - 4$

ג. $20 - 8a$ ד. $4a^3 + 8b$

ה. $75m^2 + 25m + 15$ ו. $40a^2 - 8b^2 + 64c^2$

(52) פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף:

א. $y^2 + 5y$ ב. $3x - 11x^3$

ג. $6y^2 + 5y^3 + 4y$ ד. $\frac{1}{2}a^7 - \frac{1}{4}a^5 + a^3$

53 פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף :

א. $2x^2 - 8x$	ב. $3t^2 + 12t$
ג. $5n^3 - 20n^2 + 50n$	ד. $8y^2 + 6y^3 - 2y^4$
ה. $4x^2y^2 + 16x^2y - 20xy^2$	ו. $27mn - 3n^2m + 9n^3m$

54 פשט את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחאות הכפל המקוצר :

א. $x^2 + 10x + 25$	ב. $x^2 + 12x + 36$
ג. $y^2 - 18y + 81$	ד. $y^2 - 22y + 121$
ה. $4x^2 + 4x + 1$	ו. $16y^2 - 8y + 1$
ז. $9x^2 - 24x + 16$	ח. $25x^2 + 70x + 49$

55 פשט את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחאות הכפל המקוצר :

א. $r^2 - 25$	ב. $x^2 - 81$
ג. $25y^2 - 49$	ד. $121x^2 - 1$
ה. $x^2y^2 - 4$	ו. $9y^4 - 169x^4$

56 פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף ונוסחאות הכפל המקוצר :

א. $y - y^3$	ב. $x^3 - 10x^2 + 25x$
ג. $m^4 - 1$	ד. $196x^4 - 140x^3 + 25x^2$

פירוק הטרינום:

סיכום כללי:

טרינום משמעו תלת איבר מהצורה: $ax^2 + bx + c$ כאשר a, b ו- c הם מספרים כלשהם.

שיטת הטרינום מאפשרת לפרק את תלת האיבר ל-4 איברים ע"י פיצול האיבר bx לשני איברים באופן כזה שמאפשר להוציא גורם משותף.

הכלל הוא למצוא שני מספרים, m_1 ו- m_2 , שמקיימים: $m_1 \cdot m_2 = ac$ ו- $m_1 + m_2 = b$.
לאחר מכן ניתן לפרק את הטרינום: $ax^2 + bx + c = ax^2 + m_1x + m_2x + c$.
השלב האחרון הוא הוצאת גורם משותף מכל זוג: $ax^2 + m_1x + m_2x + c$.

הערה:

במקרה שנוסחת השורשים ידועה, ניתן להיעזר בה כדי למצוא את המספרים m_1 ו- m_2 באופן

הבא: $m_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $m_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ולאחר מכן ניתן לכתוב את הטרינום

כמכפלה: $ax^2 + bx + c = a(x - m_1)(x - m_2)$. אם קיים פתרון (שורש) אחד $m_1 = m_2 = \frac{-b}{2a}$ אז

נכתוב: $ax^2 + bx + c = a(x - m_1)^2$ ואם לא קיימים פתרונות אז לא קיים פירוק כלל.

שאלות:

57) פרק את הביטויים הבאים לפי פירוק טרינום:

ג. $6x^2 + 5x + 1$

ב. $3x^2 - 11x + 6$

א. $2x^2 + 7x - 15$

ו. $x^2 - 8x + 15$

ה. $x^2 + 5x + 4$

ד. $2x^2 + x - 6$

ז. $x^2 - 33x + 62$

58) פרק את הביטויים הבאים ע"י שימוש בנוסחת השורשים.
הערה: במידה ולא למדת על נוסחת השורשים התעלם משאלה זו.

ב. $x^2 + 5x + 4$

א. $6x^2 + 5x + 1$

שברים אלגבריים:

סיכום כללי:

הגדרה:

שבר אלגברי מורכב משתי תבניות, אשר אחת מחלקת את השנייה.

$$\text{דוגמא לשברים אלגבריים: } \frac{x+1}{x+2}, \frac{3x}{x^2+1}, \frac{4}{x-x^3}$$

במקרה בו המכנה הוא מספר, לא מדובר בשבר אלגברי מכיוון שניתן לכתוב את

$$\text{הביטוי ללא צורך בחילוק בין ביטויים שונים כגון: } \frac{3x+5}{4} = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$$

תחום הגדרה של שבר:

היות ושבר אלגברי הוא תבנית אשר יכולה לקבל ערכים שונים בעת הצבות שונות, חשוב להגביל את המספרים שניתן להציב באופן כזה שלא תתקבל חלוקה באפס.

$$\text{דוגמא: השבר } \frac{1}{x+4} \text{ לא מוגדר כאשר } x = -4 \text{ מכיוון שמתקבל: } \frac{1}{0}$$

במקרים אלו נדרוש **תנאי** על המשתנה אשר יכתב באופן הבא: $x \neq -4$ ומשמעו היא ש- x יכול לקבל על ערך מספרי אפשרי למעט -4, מכיוון שבמקרה זה השבר לא מוגדר.

כלל צמצום שברים אלגבריים:

ניתן לצמצם שברים אלגבריים ע"י הבאת המונה והמכנה למכפלה של ביטויים. במידה וקיימות פעולות החיבור והחיסור בין איברים שונים לא ניתן לבצע צמצום של איברים דומים בין המונה והמכנה. להלן מספר דוגמאות הנוגעות לצמצומים:

$$\bullet \text{ צמצום ע"י הוצאת גורם משותף: } \frac{2x+8}{x+4} = \frac{2(x+4)}{x+4} = \frac{2 \cdot 1}{1} = 2$$

$$\bullet \text{ צמצום ע"י נוסחת כפל מקוצר: } \frac{3x-15}{x^2-10x+25} = \frac{3(x-5)}{(x-5)^2} = \frac{3 \cdot 1}{x-5} = \frac{3}{x-5}$$

$$\bullet \text{ צמצום ע"י פירוק טרינום: } \frac{x^2-2x-3}{x^2-3x-4} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)(x-4)} = \frac{x-3}{x-4}$$

שאלות:

59 מצא את תחום ההגדרה של השברים האלגבריים הבאים :

$\frac{5}{x-6}$.ב.	$\frac{x+4}{x+3}$.א.
$\frac{x^2+1}{x^2-4x}$.ד.	$\frac{x+7}{2x-8}$.ג.
$\frac{x^2}{x^2-4}$.ו.	$\frac{3}{x^2+2x+1}$.ה.
$\frac{8x-2}{3x^3-15x^2+12x}$.ח.	$\frac{6}{y^4-y^2}$.ז.

60 צמצם את השברים הבאים (במידה ולא ניתן צמצם הסבר מדוע) :

$\frac{a-x}{a}$.ב.	$\frac{ax}{a}$.א.
$\frac{x+1}{y+1}$.ד.	$\frac{a-ax}{a}$.ג.
$\frac{6x}{6y}$.ו.	$\frac{x}{x+y}$.ה.
$\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}$.ח.	$\frac{x^2y}{xy^2}$.ז.
$\frac{3x^2}{x^2+3}$.י.	$\frac{4x^2y}{xy}$.ט.

61 צמצם את השברים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף וכתוב את תחום הגדרתם :

$\frac{m^2+4m}{4m+16}$.ב.	$\frac{3x+12}{x+4}$.א.
$\frac{x^2-5x}{15-3x}$.ד.	$\frac{2a-12}{a^2-6a}$.ג.
$\frac{4x^3-2x^2}{6x-3}$.ו.	$\frac{3-18y^2}{6y^2-1}$.ה.
$\frac{3z^3-12z^2+4z}{z^2+5z}$.ח.	$\frac{3y}{y^3-3y^2}$.ז.

62) צמצם את השברים הבאים ע"י פירוק לגורמים וכתוב את תחום הגדרתם:

<p>א. $\frac{x^2 + 10x + 25}{2x + 10}$</p> <p>ג. $\frac{z^3 - 4z^2}{2z^2 - 16z + 32}$</p> <p>ה. $\frac{18y^2 - 24y + 8}{2y - 3y^2}$</p>	<p>ב. $\frac{8n - n^2}{n^2 - 16n + 64}$</p> <p>ד. $\frac{4m^2 + 20m + 25}{4m^2 + 10m}$</p> <p>ו. $\frac{a^3 + 4a^2b + 4ab^2}{3ab + 6b^2}$</p>
--	--

63) צמצם את השברים הבאים ע"י טרינום ריבועי וכתוב את תחום הגדרתם:

<p>א. $\frac{x + 2}{x^2 - 3x - 10}$</p> <p>ג. $\frac{4y - 10}{2y^2 + y - 15}$</p> <p>ה. $\frac{x^2 + 5x - 36}{x^3 + 9x^2}$</p> <p>ז. $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 5x + 6}$</p> <p>ט. $\frac{3a^2b - 10ab^2 + 3b^3}{-3a^3b + 11a^2b^2 - 6ab^3}$</p>	<p>ב. $\frac{m^2 - 12m + 32}{m - 4}$</p> <p>ד. $\frac{3z^2 + 26z + 16}{3z + 2}$</p> <p>ו. $\frac{9n^2 - 12n}{4 + 5n - 6n^2}$</p> <p>ח. $\frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 + x - 56}$</p> <p>י. $\frac{m^3n - m^2n^2 - m^2 + mn}{2m^2n^3 + mn^2 - 3n}$</p>
---	--

כפל וחילוק של שברים אלגבריים:

סיכום כללי:

כפל שברים יתבצע ע"י הכפלת כל מונה בנפרד והכפלת כל מכנה בנפרד.
חילוק שברים יתבצע ע"י לקיחת ההופכי של שבר המחלק וביצוע פעולת כפל.

- דוגמא לכפל שברים: $\frac{x+1}{x^2} \cdot \frac{x}{3x+3} = \frac{x+1}{x^2} \cdot \frac{x}{3(x+1)} = \frac{\cancel{x}(x+1)}{3x^{\cancel{2}}(x+1)} = \frac{1}{3x}$
- דוגמא לחילוק שברים: $\frac{4x}{y} : \frac{12}{y^2+y} = \frac{4x}{y} \cdot \frac{y^2+y}{12} = \frac{\cancel{4}x}{\cancel{y}} \cdot \frac{\cancel{y}(y+1)}{\cancel{12}} = \frac{x(y+1)}{3}$

שאלות:

64 פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{x}{3} \cdot \frac{x}{8}$	ב. $\frac{x}{3} \cdot \frac{9}{x^2}$
ג. $7y \cdot \frac{5}{y^2}$	ד. $6x^2 \cdot \frac{3}{40x}$
ה. $(x^2 + 3x) \cdot \frac{2}{3x + 9}$	ו. $(a^2 - 25) \cdot \frac{20}{5a + 25}$
ז. $\frac{w^2 - 9}{w} \cdot \frac{w^2}{2w + 6}$	ח. $\frac{y + 4}{y^2 + 16} \cdot \frac{y^2 - 16}{2y + 8}$
ט. $\frac{z^2 + 30z + 225}{6z + 90} \cdot \frac{12}{2z - 10}$	י. $\frac{5n^2}{n^2 - 121} \cdot \frac{2n^2 + 44n + 242}{n + 2} \cdot \frac{n^2 + 4n + 4}{n}$

65 פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{x}{8} : \frac{x}{6}$	ב. $\frac{y}{25} : \frac{5}{y}$
ג. $a^2 : \frac{1}{6a}$	ד. $\frac{5}{6a} : a^2$
ה. $(d^2 - 3d) : \frac{5d - 15}{5d}$	ו. $\frac{t}{t + 4} : \frac{3t}{t + 4}$
ז. $\frac{y^2 + 8y + 16}{8y^2} : \frac{y^2 - 16}{7y^2}$	ח. $\frac{a^2 - 64}{a^2 - 36} : \frac{a + 8}{a + 6}$

חיבור וחיסור של שברים אלגבריים:

סיכום כללי:

ביצוע פעולת החיבור והחיסור תתבצע באופן זהה לשברים מספריים. נרצה להרחיב את השברים כך שהמכנה של שניהם יהיה זהה, ולאחר מכן נחבר את המונים. כדי להרחיב את השברים נעזר בפעולת מציאת מכנה משותף. לשם כך נעזר בפירוקים השונים כדי להביא את הביטויים שבכל מכנה לצורתם המופשטת.

דוגמא לחיבור שברים בעלי אותו מכנה :

$$\frac{1}{x} + \frac{x+1}{x} = \frac{1+(x+1)}{x} = \frac{x+2}{x}$$

דוגמא לחיבור מספר לשבר אלגברי :

$$2 + \frac{3}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \frac{2(x+2)+3}{x+2} = \frac{2x+7}{x+2}$$

דוגמא לחיבור שברים עם מכנים שונים (ע"י פעולת מכנה משותף) :

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{x}{x(x+1)} + \frac{x+1}{x(x+1)} = \frac{x+x+1}{x(x+1)} = \frac{2x+1}{x(x+1)}$$

דוגמא לחיבור שברים ע"י שימוש בפירוק לגורמים (כדי למצוא מכנה משותף מינימלי) :

$$\frac{1}{x^2-3x} + \frac{3}{x-3} = \frac{1}{x^2-3x} + \frac{3x}{x^2-3x} = \frac{1+3x}{x^2-3x}$$

דוגמא לחיבור שברים ע"י נוסחאות הכפל המקוצר (כדי למצוא מכנה משותף מינימלי) :

$$\frac{3}{x^2-6x+9} - \frac{2}{x^2-9} = \frac{3}{(x-3)^2} - \frac{2}{(x-3)(x+3)} = \frac{3(x+3)-2(x-3)}{(x-3)^2(x+3)} = \frac{x+15}{(x-3)^2(x+3)}$$

שאלות:

66 פשט את הביטויים הבאים :

ב. $\frac{5}{x} + \frac{4x+3}{x}$

א. $\frac{a}{6} + \frac{a-5}{6}$

ד. $\frac{7z}{2z-3} - \frac{4z}{2z-3} - \frac{z+3}{2z-3}$

ג. $\frac{x-2}{x+1} + \frac{3+4x}{x+1}$

67) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{1}{ab} - \frac{5}{bc}$	ב. $\frac{1}{xy} + \frac{5}{yz} + \frac{4}{xz}$
ג. $\frac{c}{ab} - \frac{ad}{bc} + \frac{2b}{cd}$	ד. $-\frac{5}{x} + \frac{x+1}{xy^2}$
ה. $\frac{1}{(y+1)^2} + \frac{3}{y+1}$	ו. $\frac{3}{z(z-3)} - \frac{2}{z(z-2)}$

68) פשט את הביטויים הבאים:

א. $1 - \frac{2}{x}$	ב. $1 + \frac{3}{y^2}$
ג. $2 + \frac{2}{x+1}$	ד. $3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x}$
ה. $\frac{a+1}{a^2} - \frac{3-a}{4a} - 3$	ו. $\frac{x}{9yz} + \frac{z}{3y^2x} + \frac{3-y}{12xz} - 3\frac{1}{2}$

69) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{3}{x+1} + \frac{1}{x}$	ב. $\frac{4}{y+2} - \frac{3}{y}$
ג. $\frac{a+1}{a+2} + \frac{3}{a}$	ד. $\frac{1}{z+3} + \frac{2}{3z} - \frac{3}{z}$

70) פשט את הביטויים הבאים:

א. $\frac{24}{a^2-9} + \frac{4}{a+3}$	ב. $\frac{3}{x^2-16} + \frac{2}{(x+4)^2}$
ג. $\frac{y}{(y-2)^2} + \frac{3y}{4-y^2}$	ד. $\frac{3z}{z^2+4z+3} - \frac{z+0.5}{z^2+2z+1}$
ה. $\frac{x-1}{x^2+3x-40} + \frac{2}{-x^2+8x-15}$	ו. $\frac{2a+3}{2a^2+15a+7} + \frac{a+3}{a^2+14a+49}$
ז. $\frac{x}{x-3} + \frac{9-x}{x^2-8x+15}$	ח. $\frac{1}{a-b} + \frac{2}{a+2b} - \frac{3b}{a^2+ab-2b^2}$

71) פשט את הביטויים הבאים :

<p>א. $\frac{4}{x} \cdot \frac{x^2}{8} + \frac{9}{x+1} \cdot \frac{x+1}{18}$</p> <p>ב. $\left(\frac{2}{x} + 1\right) \cdot \frac{x^2}{7x+14}$</p> <p>ג. $\frac{7}{y^2} : \frac{6}{y^3} - \frac{y-4}{63} \cdot \frac{3y-4}{y^2-8y+16}$</p> <p>ד. $\left(3x - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x}\right) : \frac{6x^3+2x-4}{x^2}$</p> <p>ה. $\left(\frac{2x+1}{20x^2-28x-3} - \frac{3x+1}{30x^2-17x-2}\right) : \frac{18x+3}{6x^2-13x+6}$</p>	<p>א. $\frac{4x}{12} \cdot \frac{x}{x}$</p> <p>ב. $\frac{y+1}{2y+2} \cdot \frac{5}{5}$</p> <p>ג. $\frac{t^2-81}{9t^2} \cdot \frac{6t+54}{6t+54}$</p> <p>ד. $\frac{t^2-t-20}{16t+8} \cdot \frac{25-t^2}{25-t^2}$</p> <p>ה. $\frac{8c^2}{3c^3-9c^2-12c} \cdot \frac{15c+15}{40}$</p>
--	---

שברים כפולים:

סיכום כללי:

שבר כפול מורכב באופן הבא: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ כאשר מתקיים: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

נובע מכאן כי ניתן לצמצם ביטויים בין שני המכנים או שני המונים בלבד.

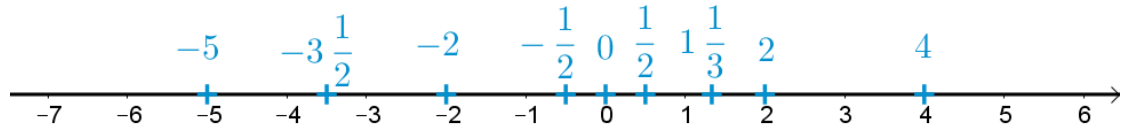
שאלות:

72) פשט את הביטויים הבאים :

<p>א. $\frac{5}{30t^2}$</p> <p>ב. $\frac{4x}{x+1} \cdot \frac{8}{x^2+2x+1}$</p> <p>ג. $\frac{1}{x} - 4 + \frac{x}{x+1}$</p> <p>ד. $\frac{1-3x(x+1)}{5x+5}$</p>	<p>א. $\frac{4x}{12} \cdot \frac{x}{x}$</p> <p>ב. $\frac{y+1}{2y+2} \cdot \frac{5}{5}$</p> <p>ג. $\frac{t^2-81}{9t^2} \cdot \frac{6t+54}{6t+54}$</p> <p>ד. $\frac{t^2-t-20}{16t+8} \cdot \frac{25-t^2}{25-t^2}$</p> <p>ה. $\frac{8c^2}{3c^3-9c^2-12c} \cdot \frac{15c+15}{40}$</p>
--	---

תשובות סופיות:

(1) להלן מערכת הצירים:



- (2) א. 5 ב. -5 ג. 1 ד. -1 ה. -5
- ו. 17 ז. -1 ח. -4
- (3) א. -15 ב. 2 ג. -3 ד. -4 ה. -19 ו. -18
- (4) א. 36 ב. -28 ג. 30 ד. 15 ה. -16
- ו. -40 ז. -18 ח. 18 ט. 18 י. 18
- יא. -18 יב. 36 יג. -16 יד. 16
- (5) א. + ב. + ג. - ד. -
- (6) א. 5 ב. -10 ג. -4 ד. 8 ה. $-\frac{1}{3}$ ו. $-\frac{1}{4}$
- (7) א. -5 ב. -7 ג. -8 ד. 4
- (8) א. 0 ב. 0 ג. 0 ד. לא מוגדר ה. 4 ו. -4
- (9) א. 9 ב. 27 ג. -27 ד. -8 ה. 64 ו. 81
- ז. -125 ח. 10000 ט. -81 י. -625 יא. -64 יב. -64
- (10) א. -3 ב. 5 ג. לא מוגדר ד. -2 ה. -3 ו. -10
- (11) א. 28 ב. 33 ג. 19 ד. -37 ה. 31 ו. -14
- ז. 5 ח. -21 ט. -16 י. -44 יא. 20
- (12) תשובה מודגמת בסרטון.
- (13) א. $\frac{1}{5}$ ב. $\frac{1}{6}$ ג. $\frac{2}{3}$ ד. $\frac{3}{4}$
- (14) א. $\frac{4}{8}, \frac{18}{36}, \frac{40}{80}$ ב. $\frac{30}{50}, \frac{75}{125}, \frac{180}{300}$ ג. $\frac{80}{128}, \frac{160}{256}, \frac{440}{700}$

- (15) א. $\frac{5}{6}$ ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{1}{4}$ ד. $\frac{1}{5}$ ה. $\frac{5}{8}$ ו. $\frac{4}{7}$
- ז. $\frac{3}{4}$ ח. $\frac{3}{11}$
- (16) א. $-6\frac{2}{3}$ ב. $4\frac{3}{4}$ ג. $2\frac{2}{5}$ ד. $4\frac{2}{5}$ ה. $-5\frac{4}{6}$ ו. $-7\frac{1}{7}$
- ז. $5\frac{7}{8}$ ח. $6\frac{2}{3}$
- (17) א. $\frac{5}{3}$ ב. $\frac{23}{6}$ ג. $\frac{9}{2}$ ד. $\frac{25}{4}$ ה. $\frac{47}{4}$ ו. $-\frac{21}{8}$
- ז. $-\frac{44}{7}$ ח. $\frac{115}{9}$
- (18) א. $\frac{4}{10}$ ב. $\frac{7}{6}$ ג. $\frac{5}{6}$ ד. $\frac{7}{12}$
- (19) א. $\frac{7}{10}$ ב. $\frac{7}{100}$ ג. $\frac{7}{1000}$ ד. $\frac{17}{50}$ ה. $\frac{38}{125}$ ו. $\frac{13}{20}$
- ז. $1\frac{1}{5}$ ח. $1\frac{1}{50}$ ט. $1\frac{21}{50}$ י. $3\frac{1}{2}$ יא. $6\frac{3}{100}$ יב. $5\frac{1}{8}$
- (20) א. 0.3 ב. 0.03 ג. 0.003 ד. 0.023 ה. 0.5 ו. 0.75
- ז. 0.4 ח. 0.16 ט. 0.14 י. 0.15 יא. 0.875 יב. 0.5625 יג. 9.1 יד. 3.2 יו. 4.875 יז. -4.0625
- (21) א. $0.\bar{6}$ ב. $0.8\bar{3}$ ג. 0.428 ד. $0.1\bar{8}$
- (22) א. $\frac{1}{4}$ ב. $\frac{8}{25}$ ג. $\frac{16}{25}$ ד. $\frac{4}{5}$ ה. $1\frac{1}{5}$ ו. $\frac{1}{20}$
- ז. 3 ח. $1\frac{1}{2}$
- (23) א. 75% ב. 12.5% ג. 80% ד. 35% ה. 27.5% ו. 56%
- ז. 83.333% ח. 44.444%
- (24) א. $\frac{9}{20}$ ב. $\frac{5}{21}$ ג. $\frac{8}{45}$ ד. $2\frac{2}{5}$ ה. 4 ו. $2\frac{2}{5}$
- ז. $3\frac{3}{5}$ ח. $15\frac{2}{5}$ ט. $8\frac{8}{35}$ י. $\frac{64}{125}$ יא. $\frac{4}{125}$ יב. $12\frac{4}{5}$

(25) א. $\frac{9}{10}$ ב. $1\frac{1}{2}$ ג. $\frac{6}{35}$ ד. 36 ה. 15 ו. $\frac{5}{18}$

ז. $\frac{2}{25}$ ח. $\frac{2}{3}$ ט. 2

(26) א. 6 ב. 4 ג. 15 ד. 30 ה. 20 ו. 12

ז. 30 ח. 24

(27) א. $\frac{4}{5}$ ב. $\frac{7}{9}$ ג. 1 ד. $1\frac{3}{4}$ ה. $\frac{1}{2}$ ו. $\frac{1}{9}$

ז. $-\frac{1}{4}$ ח. $-\frac{4}{5}$ ט. $1\frac{5}{8}$ י. $\frac{3}{5}$

(28) א. $1\frac{5}{6}$ ב. $\frac{7}{10}$ ג. $\frac{7}{12}$ ד. $-\frac{1}{8}$ ה. 5 ו. $3\frac{5}{6}$

ז. $\frac{19}{21}$ ח. $-\frac{1}{10}$

(29) א. $2\frac{5}{6}$ ב. $1\frac{1}{6}$ ג. $3\frac{1}{12}$ ד. $1\frac{5}{12}$ ה. $7\frac{11}{12}$ ו. $-\frac{5}{8}$

ז. $2\frac{13}{18}$ ח. $-\frac{1}{20}$

(30) א. $2\frac{11}{24}$ ב. $1\frac{1}{10}$ ג. $-13\frac{3}{4}$ ד. $2\frac{5}{6}$ ה. $3\frac{5}{18}$

(31) א. 18 בנות. ב. 12 בנים.

(32) א. 40 תלמידים. ב. 12 בנים.

(33) א. 240 ₪ ב. 60 ₪

(34) א. 540 ₪ ב. 40 ₪

(35) 4.9755 ₪

(36) 400 ₪

(37) א. 88% ב. 60% ג. 50% ד. 33.33% ה. 33.33% ו. 25%

(38) א. 11 ב. 10 ג. -12 ד. -65 ה. -7 ו. 5

ז. -10 ח. 45

(39) א. $\frac{10}{27}$ ב. $5\frac{22}{27}$

- (40) א. 4 ב. -71 ג. 5 ד. 644 ה. $\frac{1}{2}$
- ו. הצבה ראשונה: 4, הצבה שנייה: 9 ז. -37
- (41) א. 8x ב. $2x^2$ ג. 4xy ד. $-x^2y$ ה. $4a^2 - a$ ו. x^2
- ז. $9xy - 36y$ ח. $8mn^2 - 6nm^2$ ט. $15x^3 - 19$
- י. 0 יא. $-13n - 2m + 6mn$ יב. $-5ab^2 + 22a^2b - 3b$ יג. $4x^2 + 3x - 9$
- יד. $7x^2 - 7x + 2$ יו. $2xy + x + 1$ יז. $4z^2 - 1$ יח. $14x^2z + 5xz^2 + 6$
- יט. $-3x^2 + 2x - 3$ כ. $-3x^2 - x$ כא. $7a^2b + 13x^2y$ כב. $-6x^3y - x^2$
- כג. $-8y^2 - 5x^3y^2$ כד. $-8x^2y^3 + 15a^2$ כה. $2a^2b + 3a^2 + 7b$ כו. $25a^2b - 22ab^2$
- כז. $4a^2 - a$ כח. $25a^2b - 22ab^2$
- (42) א. $6x^2$ ב. $28x^2$ ג. $-24x^2$ ד. $32m^5$ ה. $-6a^5$ ו. $-2b^2$
- ז. 3ab ח. $28a^2b^2$ ט. $-2a^3b^2$
- (43) א. $6x - 8$ ב. $-6x^2 + 10x - 2$ ג. $28x - 8$ ד. $-2 + 4x$
- ה. $3a^2 - a$ ו. $b^3 - 3b^2 + 4b$ ז. $10x^2 + 6x$ ח. $5x^3 + 10x^2 - 15x$
- ט. $12t^3 - 3t^4 + 18t^2$ י. $10d^5 - 7.5d^2$
- (44) א. $6x - 6$ ב. $13x - 6$ ג. $-6x + 11$ ד. $x + 9$ ה. $-3x^2 + 33x - 28$
- ו. $10y^2 + 32y - 27$
- (45) א. $x^2 + x - 2$ ב. $x^2 - 4x - 21$ ג. $-x^2 - x + 12$
- ד. $15x^2 + 23x + 4$ ה. $24x^2 - 30x - 9$ ו. $12x^2 - 34x + 10$
- (46) א. $x^2 + 3$ ב. 7 ג. $18m^2 - 6m - 39$ ד. $-3x^5y^3 + 3x^4y^2$
- (47) א. $x^2 + 10x + 25$ ב. $x^2 + 4x + 4$ ג. $16x^2 + 40x + 25$
- ד. $36x^2 + 24x + 4$ ה. $49x^2 + 14xy + y^2$ ו. $25x^2 + 20xy + 4y^2$
- ז. $x^4 + 14x + 49$ ח. $x^4 + 2x^2y^2 + y^4$ ט. $x^6 + 4x^4y^2 + 4y^4x^2$

$25 - 10x + x^2$.ג	$x^2 + 4x + 4$.ב	$x^2 - 12x + 36$.א (48)
$\frac{1}{9}x^2 - 3\frac{1}{3}x + 25$.ו	$9x^2 - 3x + \frac{1}{4}$.ה	$36x^2 - 12x + 1$.ד
$x^4y^4 - 14x^2y^2 + 49$.ט	$x^4 - \frac{6}{5}x^2y + \frac{9}{25}y^2$.ח	$9m^2 - 12mn + 4n^2$.ז
$25 - 49x^2$.ז	$9x^2 - 1$.ג	$x^2 - 9$.ב
$9x^2 - 1$.ג	$x^2 - 9$.ב	$x^2 - 25$.א (49)
$9a^4b^6 - 16$.ח	$x^4 - y^2$.ז	$25y^2 - \frac{1}{16}x^2$.ו
$9a^4b^6 - 16$.ח	$x^4 - y^2$.ז	$\frac{1}{4}x^2 - 36$.ה
$-4x^2 - x$.ג	$5x^2 - 24x + 13$.ב	$x^2 + 2$.א (50)
$-10x^2 + 17x + 321$.ו	$-6x^2 - 39x - 16$.ה	$18y^2 - 6xy$.ד
$4(5 - 2a)$.ג	$2(3y - 2)$.ב	$3(x - 4)$.א (51)
$8(5a^2 - b^2 + 8c^2)$.ו	$5(15m^2 + 5m + 3)$.ה	$4(a^3 + 2b)$.ד
$y(6y + 5y^2 + 4)$.ג	$x(3 - 11x^2)$.ב	$y(y + 5)$.א (52)
$3mn(9 - n - 3n^2)$.ו	$4xy(xy + 4x - 5y)$.ה	$a^3\left(\frac{1}{2}a^4 - \frac{1}{4}a^2 + 1\right)$.ד
$5n(n^2 - 4n + 10)$.ג	$3t(t + 4)$.ב	$2(x^2 - 4)$.א (53)
$(y - 11)^2$.ז	$(y - 9)^2$.ג	$(x + 6)^2$.ב
$(y - 11)^2$.ז	$(y - 9)^2$.ג	$(x + 5)^2$.א (54)
$(5x + 7)^2$.ח	$(3x - 4)^2$.ז	$(4y - 1)^2$.ו
$(5x + 7)^2$.ח	$(3x - 4)^2$.ז	$(2x + 1)^2$.ה
$(5y + 7)(5y - 7)$.ג	$(x + 9)(x - 9)$.ב	$(r + 5)(r - 5)$.א (55)
$(5y + 7)(5y - 7)$.ג	$(x + 9)(x - 9)$.ב	$(11x + 1)(11x - 1)$.ד
$(3y^2 + 13x^2)(3y^2 - 13x^2)$.ו	$(xy + 2)(xy - 2)$.ה	$(11x + 1)(11x - 1)$.ד
$(m^2 + 1)(m + 1)(m - 1)$.ג	$x(x - 5)^2$.ב	$y(1 + y)(1 - y)$.א (56)
$(m^2 + 1)(m + 1)(m - 1)$.ג	$x(x - 5)^2$.ב	$x^2(14x - 5)^2$.ד
$(3x + 1)(2x + 1)$.ג	$(3x - 2)(x - 3)$.ב	$(2x - 3)(x - 5)$.א (57)
$(3x + 1)(2x + 1)$.ג	$(3x - 2)(x - 3)$.ב	$(x + 2)(2x - 3)$.ד
$(x - 3)(x - 5)$.ו	$(x + 1)(x + 4)$.ה	$(x - 2)(x - 31)$.ז
$(x - 3)(x - 5)$.ו	$(x + 1)(x + 4)$.ה	$(x - 2)(x - 31)$.ז

(58) א. $6\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$ ב. $(x+1)(x+4)$

(59) א. $x \neq -3$ ב. $x \neq 6$ ג. $x \neq 4$ ד. $x \neq 0, x \neq 4$

ה. $x \neq -1$ ו. $x \neq -2, x \neq 2$ ז. $y \neq 0, y \neq -1, y \neq 1$

ח. $x \neq 0, x \neq 1, x \neq 4$

(60) א. x ב. לא ניתן לצמצם ג. $1-x$

ד. לא ניתן לצמצם ה. לא ניתן לצמצם ו. $\frac{x}{y}$ ז. $\frac{x}{y}$

ח. לא ניתן לצמצם ט. $4x$ י. לא ניתן לצמצם

(61) א. $3, x \neq -4$ ב. $\frac{m}{4}, m \neq -4$ ג. $\frac{2}{a}, a \neq 0, 6$

ד. $-\frac{x}{3}, x \neq 5$ ה. $-3, y \neq \pm \frac{1}{\sqrt{6}}$ ו. $\frac{2x^2}{3}, x \neq \frac{1}{2}$

ז. $\frac{3}{y(y-3)}, y \neq 0, 3$ ח. $\frac{3z^2-12+4}{z+5}, z \neq 0, 5$

(62) א. $\frac{x+5}{2}, x \neq -5$ ב. $\frac{n}{8-n}, n \neq 8$ ג. $\frac{z^2}{2(z-4)}, z \neq 4$

ד. $\frac{2m+5}{2m}, m \neq 0, -\frac{5}{2}$ ה. $\frac{2(2-3y)}{y}, y \neq 0, \frac{2}{3}$ ו. $\frac{a(a+2b)}{3b}, b \neq 0, -2b$

(63) א. $\frac{1}{x-5}, x \neq 5, -2$ ב. $m-8, m \neq 4, 8$ ג. $\frac{2}{y+3}, x \neq -3, \frac{5}{2}$

ד. $z+8, z \neq -\frac{2}{3}$ ה. $\frac{x-4}{x^2}, x \neq 0, -9$ ו. $\frac{-3n}{2n+1}, n \neq -\frac{1}{2}, \frac{4}{8}$

ז. $\frac{x+2}{x+3}, x \neq -2, -3$ ח. $\frac{x-7}{x+8}, x \neq 7, -8$

ט. $\frac{3a-6}{a(2b-3a)}, a \neq 0, b \neq 0, a \neq 3b, 2b \neq 3a$ י. $\frac{m(m-n)}{2mn+3}, mn \neq 1, -\frac{3}{2}$

(64) א. $\frac{x^2}{24}$ ב. $\frac{3}{x}$ ג. $\frac{35}{y}$ ד. $\frac{9x}{20}$ ה. $\frac{2x}{3}$

ו. $4(a-5)$ ז. $\frac{w(w-3)}{2}$ ח. $\frac{y^2-16}{2y^2+32}$ ט. $\frac{z+15}{z-5}$ י. $\frac{10n(n+11)(n+2)}{n-11}$

65 א. $\frac{3}{4}$ ב. $\frac{y^2}{125}$ ג. $6a^3$ ד. $\frac{5}{6a^3}$ ה. d^2 ו. $\frac{1}{3}$

ז. $\frac{7(y+4)}{8(y-4)}$ ח. $\frac{a-8}{a-6}$

66 א. $\frac{2a-5}{6}$ ב. $\frac{4x+8}{x}$ ג. $\frac{5x+1}{x+1}$ ד. 1

67 א. $\frac{c-5a}{abc}$ ב. $\frac{z+5x+4y}{xyz}$ ג. $\frac{c^2d - a^2d^2 + 2ab^2}{abcd}$

ד. $\frac{-5y^2 + x + 1}{xy^2}$ ה. $\frac{3y+4}{(y+2)^2}$ ו. $\frac{1}{(z-2)(z-3)}$

68 א. $\frac{x-2}{x}$ ב. $\frac{y^2+3}{y^3}$ ג. $\frac{2x+4}{x+1}$

ד. $\frac{9x-2}{3x}$ ה. $\frac{-11a^2 + a + 4}{4a^2}$ ו. $\frac{4x^2y + 12z^2 + 9y^3 - 126xy^2z}{36xy^2z}$

69 א. $\frac{4x+1}{x(x+1)}$ ב. $\frac{y-6}{y(y+2)}$ ג. $\frac{a^2 + 4a + 6}{a(a+2)}$

ד. $-\frac{4z+21}{3z(z+3)}$

70 א. $\frac{4}{a-3}$ ב. $\frac{5x+4}{(x-4)(x+4)^2}$ ג. $\frac{2y(4-y)}{(y-2)^2(y+2)}$

ד. $\frac{(4z+3)(z-1)}{2(z+1)^2(z+3)}$ ה. $\frac{x^2 - 6x - 13}{(x+8)(x-5)(x-3)}$ ו. $\frac{4(a^2 + 6a + 6)}{(a+7)^2(2a+1)}$

ז. $\frac{x-3}{x-5}$ ח. $\frac{3}{a+2b}$

71 א. $\frac{x+1}{2}$ ב. $\frac{x}{7}$ ג. $\frac{147y^2 + 594y + 8}{126(y-4)}$ ד. $\frac{1}{2}$ ה. $\frac{1}{3(10x+1)}$

72 א. $\frac{x^2}{3}$ ב. 2.5 ג. $\frac{1}{6t^3}$ ד. $\frac{t-9}{54t^2}$ ה. $\frac{(3y-1)(3-y)}{25}$

ו. $\frac{x(x+1)}{2}$ ז. $\frac{c}{c-4}$ ח. $\frac{t+4}{-8(t+5)}$ ט. $\frac{5}{x}$

תוכן העניינים:

41	פרק 2.....
41	טכניקה אלגברית.....
41	משוואות ממעלה ראשונה :
44	משוואות ריבועיות :
45	משוואות ממעלה גבוהה :
45	משוואות ריבועיות עם שברים :
46	מערכת משוואות ממעלה שנייה :
47	תשובות סופיות :
49	שאלות מתוך מאגר משרד החינוך :
50	תשובות סופיות :

פרק 2

טכניקה אלגברית

משוואות ממעלה ראשונה:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

א. $x+5=9$	ב. $x-7=10$
ג. $4x=20$	ד. $\frac{x}{5}=3$
ה. $6x+2=8$	ו. $7-2x=7$
ז. $2x+x=24$	ח. $2-5x+7=-3x+8$
ט. $10x+13=x+19$	י. $3x-7+5x=8+4x-3+6-2x$

(2) פתור את המשוואות הבאות:

א. $3(x-1)-4=2$	ב. $7x-4(3-4x)=-x$
ג. $5x-(3x-7)4=21$	ד. $7(x+2)-51=-9$
ה. $8x-32=3(x-4)$	ו. $6(4-x)-(6-x)=3x$
ז. $9(x+6)-30=(x+8)5-(x-4)6$	ח. $10(15-x)-(2x-10)=-8$

(3) פתור את המשוואות הבאות:

א. $x^2-15=x(x+3)$	ב. $x(x-5)=x^2-7x+8$
ג. $(7-x)(1-x)-(x-3)^2=0$	

4) פתור את המשוואות הבאות:

$$\frac{x}{3} + \frac{3x}{4} - 3 = \frac{5x}{6} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{9} = -4 \quad \text{א.}$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{4}{5}x = x - \frac{7}{15} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{4x}{15} - \frac{3x}{10} = 1 \quad \text{ג.}$$

$$\frac{2}{5}(x-3) - \frac{3}{15}(4-x) = x+2 \quad \text{ו.}$$

$$5\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{7}\right) - x = 1 \quad \text{ה.}$$

$$\frac{1}{4}(x-2) - \frac{x}{2} = \frac{1}{5}(2x-10) - (x-5) \quad \text{ח.}$$

$$5\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{6}\right) - 3\left(\frac{x}{8} - \frac{x}{2}\right) - 77 = 0 \quad \text{ז.}$$

$$\frac{1-2x}{3} + \frac{x+10}{6} - 2x + \frac{7x+4}{15} = 0 \quad \text{י.}$$

$$\frac{5x+1}{6} - \frac{6x-1}{5} = \frac{3x+1}{4} - 1 \quad \text{ט.}$$

$$\frac{2(3x+2)}{5} - \frac{2}{3}(4x-1) = \frac{5(5x+7)}{6} - (9x+1) \quad \text{יב.}$$

$$2 - \frac{2x-1}{3} = 7 - 2x - \frac{1-3x}{7} \quad \text{יא.}$$

5) פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} 2y - 7x = 8 \\ y = -10 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ y = 5 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = -12 \\ y - 4x = 6 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ y = 4 - 2x \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} y = 6 - 4x \\ y = x + 36 \end{cases} \quad \text{ו.}$$

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = 2x + 4 \end{cases} \quad \text{ה.}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 4x + 8y = 5 \end{cases} \quad \text{ח.}$$

$$\begin{cases} -3x + 2y = -16 \\ x = 5y + 14 \end{cases} \quad \text{ז.}$$

$$\begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ x + 4y = 4 \end{cases} \quad \text{ט.}$$

6 פתור את המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} x+3y=5 \\ x-3y=3 \end{cases} \text{ ב.}$$

$$\begin{cases} x+y=13 \\ x-y=5 \end{cases} \text{ א.}$$

$$\begin{cases} 2x+5y=-8 \\ 3x+y=14 \end{cases} \text{ ד.}$$

$$\begin{cases} 5x+2y=14 \\ 5x+3y=23 \end{cases} \text{ ג.}$$

$$\begin{cases} 5x+3y=60 \\ 3x-y=8 \end{cases} \text{ ו.}$$

$$\begin{cases} 5x+4y=14 \\ 8x+5y=0 \end{cases} \text{ ה.}$$

$$\begin{cases} 5x+3y=28 \\ 2x-5y=5 \end{cases} \text{ ח.}$$

$$\begin{cases} 3x+5y=15 \\ 3x+10y=20 \end{cases} \text{ ז.}$$

$$\begin{cases} 5y=2x \\ 4x=5y+8 \end{cases} \text{ י.}$$

$$\begin{cases} 5x+3y=33 \\ 4x-14y=10 \end{cases} \text{ ט.}$$

7 פתור את המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} 4(y-1)-y=-x-3 \\ x-9=-6(y+1)-x \end{cases} \text{ ב.}$$

$$\begin{cases} 2x-10+3y=12-3y-3x \\ -y+8x-1=130+8y-5x \end{cases} \text{ א.}$$

$$\begin{cases} 2(x-y)-(1+x)+4y=0 \\ 2-3(x-y)=7y-x \end{cases} \text{ ד.}$$

$$\begin{cases} 2(x-y)+4y=1+x \\ 2-7y+x=3(x-y) \end{cases} \text{ ג.}$$

$$\begin{cases} 2(3y+2x)+y-(x-y)=18 \\ 5(x+y)-3x-2(3x+5y)=10 \end{cases} \text{ ה.}$$

8) פתור את המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} \frac{y}{2} - \frac{x}{3} + 2(y-6) = 0 \\ x = 2y - 3 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{5} - \frac{2x+2y}{9} + \frac{x}{10} = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 2 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{4} - \frac{2}{5}(x-y) = \frac{3}{10}(x+3) \\ \frac{x+1}{4} - \frac{y}{2} = 1 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{3}(x-y) - \frac{3}{4}(2-y) = 2 \\ 2x + y = 12 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} \frac{x-3}{8} - \frac{x+y}{16} = \frac{y-1}{4} \\ 3(2x-y) - 4x - 11 = 0 \end{cases} \quad \text{ה.}$$

משוואות ריבועיות:

9) פתור את המשוואות הבאות :

$$-x^2 + 10x - 16 = 0 \quad \text{ב.}$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \quad \text{א.}$$

$$2x^2 - 6x + 5 = 0 \quad \text{ד.}$$

$$25x^2 - 20x + 4 = 0 \quad \text{ג.}$$

$$-5x^2 - 2x + 24 = 0 \quad \text{ו.}$$

$$4x^2 - 9x - 9 = 0 \quad \text{ה.}$$

$$x^2 - 13x - 30 = 0 \quad \text{ח.}$$

$$8x^2 - 24x + 18 = 0 \quad \text{ז.}$$

$$-x(x-5) = (1-3x)(1-x) + 4 \quad \text{י.}$$

$$4x^2 - 5x + 7 = 4 - x^2 + 3 \quad \text{ט.}$$

$$(x-6)(x+3) = 4(1-3x) \quad \text{יב.}$$

$$2x^2 + 4x - x^2 = -10 - 2x - 2x - 6 \quad \text{יא.}$$

$$(1-4x)^2 + 3 - (3x+2)^2 = x \quad \text{יד.}$$

$$1 - 3(x-2)(x+1) = (8-x)(2x-1) \quad \text{יג.}$$

10 פתור את המשוואות הבאות :

א. $-7x^2 - 14x = 0$	ב. $5x^2 - x = 0$
ג. $x^2 - 5x = 0$	ד. $x^2 + 9x = 0$
ה. $4x^2 - 5x = 0$	ו. $-5x^2 + 55x = 0$
ז. $x^2 - 36 = 0$	ח. $32x^2 - 18 = 0$
ט. $x^2 + 8 = 0$	י. $3x^2 + 12x = 0$

11 פתור את המשוואות הבאות :

א. $\frac{4x+1}{3} - \frac{x+2}{2} = \frac{2}{x}$	ב. $\frac{6}{x+1} - 1 = \frac{2}{x}$
---	--------------------------------------

משוואות ממעלה גבוהה:

12 פתור את המשוואות הבאות :

א. $2x^4 + 8x^2 = 0$	ב. $3x^3 - 21x^2 = 24x$
ג. $x^3 - 6x^2 + 20x = 0$	ד. $5x^4 = 125x^2$
ה. $7b^4 - 28b^2 = 0$	

משוואות ריבועיות עם שברים:

13 פתור את המשוואות הבאות :

א. $\frac{5}{x+1} + \frac{3}{x-1} = 2$	ב. $\frac{x}{x-6} + \frac{x}{x+6} = \frac{8}{3}$
ג. $\frac{12}{x(x-2)} - \frac{8}{x} = \frac{7}{x-2} - 4$	ד. $\frac{x-3}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{x^2+16}{x^2-4}$
ה. $\frac{2}{9x^2-1} + \frac{3}{2(3x-1)} - \frac{8}{3x+1} + 1 = 0$	

מערכת משוואות ממעלה שנייה:

$$\cdot \begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ x + y = 6 \end{cases} \quad \text{(14) פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\cdot \begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 16 \\ 5x^2 - 3y^2 = 17 \end{cases} \quad \text{(15) פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\cdot \begin{cases} x^2 - xy - 20y^2 = 0 \\ x + 6y = 1 \end{cases} \quad \text{(16) פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$\cdot \begin{cases} x^2 - y^2 = 33 \\ x + y = 11 \end{cases} \quad \text{(17) פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

תשובות סופיות:

- (1) א. 4 ב. 17 ג. 5 ד. 15 ה. 1 ו. 0
 ז. 8 ח. $\frac{1}{2}$ ט. $\frac{2}{3}$ י. 3
- (2) א. 3 ב. $\frac{1}{2}$ ג. 1 ד. 4 ה. 4 ו. $2\frac{1}{4}$
 ז. 4 ח. 14
- (3) א. -5 ב. 4 ג. -1
- (4) א. -18 ב. 12 ג. -30 ד. -1 ה. -21 ו. -10
 ז. 24 ח. 10 ט. 1 י. $1\frac{7}{61}$ יא. 5 יב. 1
- (5) א. (2,5) ב. (-4,-10) ג. (3,-2) ד. (-2,-2) ה. (-7,-10) ו. (-6,30)
 ז. (4,-2) ח. אין פתרון. ט. (0,1)
- (6) א. (9,4) ב. $(4,\frac{1}{3})$ ג. $(-\frac{4}{5},9)$ ד. (6,-4) ה. (-10,16) ו. (6,10)
 ז. $(3\frac{1}{3},1)$ ח. (5,1) ט. (6,1) י. (4,1.6)
- (7) א. (8,-3) ב. אין פתרון. ג. אינסוף פתרונות. ד. אינסוף פתרונות.
 ה. (-10,6)
- (8) א. (12,-3) ב. (9,6) ג. (5,2) ד. (7,2)
 ה. (7,1)
- (9) א. -5, 2 ב. 2, 8 ג. $\frac{2}{5}$ ד. אין פתרון.
 ה. $3, -\frac{3}{4}$ ו. 2, -2.4 ז. 1.5 ח. 15, -2
 ט. 0, 1 י. $1, 1\frac{1}{4}$ יא. -4 יב. -11
 יג. -15 יד. 0, 3

- (10) א. $0, -2$ ב. $0, \frac{1}{5}$ ג. $0, 5$ ד. $0, -9$
- ה. $0, 0.125$ ו. $0, 11$ ז. ± 6 ח. $\pm \frac{3}{4}$
- ט. אין פתרון י. $0, -4$
- (11) א. $2, -1.2$ ב. $2, 1$
- (12) א. 0 ב. $0, 8, -1$ ג. 0
- ד. $0, \pm 5$ ה. $0, \pm 2$
- (13) א. $0, 4$ ב. $12, -12$ ג. $4, \frac{7}{4}$ ד. 6 ה. $1, \frac{7}{6}$
- (14) $(2, 4), (4, 2)$
- (15) $(\pm 2, \pm 1)$ (ניתן גם לכתוב: $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (2, 1)$)
- (16) $\left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{5}{11}, \frac{1}{11}\right)$
- (17) $(7, 4)$

שאלות מתוך מאגר משרד החינוך:

(1) פתור את המשוואה: $2 - \frac{2x-1}{3} + \frac{1-3x}{7} = 7-2x$

(2) פתור את המשוואה: $\frac{8x+3}{5} - \frac{11x-9}{6} + \frac{4x+3}{15} = \frac{11x+15}{10}$

(3) פתור את המשוואה: $\frac{3x-4}{3} - \frac{5x-1}{9} = \frac{2x+4}{6}$

(4) פתור את המשוואה: $\frac{3x+8}{2} - 4x = \frac{x-5}{3}$

(5) פתור את המשוואה:
$$\begin{cases} \frac{2x+y}{3} = \frac{y-1}{4} \\ 2y-5x = 15 \end{cases}$$

(6) מצאו את נקודת החיתוך של הישרים הבאים: $\frac{x^2}{x+2} = \frac{4}{x+2}$

(7) פתור את המשוואה: $(x-2)(x+3) = 2x^2 - 4x$

(8) פתור את המשוואה: $34 - 3(10-x) = x^2$

(9) פתור את המשוואה: $3(1-4x) - \frac{(2x-1)^2}{2} = 7$

(10) פתור את המשוואה: $x - \frac{10}{x} = 3$

(11) פתור את המשוואה: $2t^3 - 2t = 0$

(12) פתור את המשוואה: $5t^4 = 125t^2$

(13) פתור את המשוואה: $5y^4 - 20y^3 = 0$

(14) פתור את המשוואה: $6x + x^3 - 7x^2 = 0$

תשובות סופיות:

$x = \frac{3}{4}$ **(2)**

$x = 2$ **(4)**

$x = 2$ **(6)**

$x_1 = -1, x_2 = 4$ **(8)**

$x_1 = -2, x_2 = 5$ **(10)**

$t_1 = 0, t_2 = 5, t_3 = -5$ **(12)**

$x_1 = 0, x_2 = 6, x_3 = 1$ **(14)**

$x = 5$ **(1)**

$x = 17$ **(3)**

$(-1, 5)$ **(5)**

$x_1 = 2, x_2 = 3$ **(7)**

$x_1 = -4.5, x_2 = -0.5$ **(9)**

$t_1 = 0, t_2 = 1, t_3 = -1$ **(11)**

$y_1 = 0, y_2 = 4$ **(13)**

תוכן העניינים:

פרק 3.....	52
מושגי יסוד בגיאומטריה אנליטית.....	52
הגדרות בסיסיות :	52
חיתוך עם הצירים ובין ישרים :	52
משוואת הקו הישר :	52
ישרים מקבילים :	53
תשובות סופיות :	54
תרגילים שונים :	55
תשובות סופיות :	58

פרק 3

מושגי יסוד בגיאומטריה אנליטית

הגדרות בסיסיות:

1) ענה על הסעיפים הבאים :

א. צייר את הנקודות הבאות על גבי מערכת הצירים הבאה :

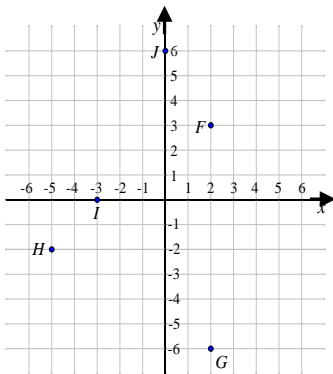
$$A(1,6), B(-6,-1), C(0,-5)$$

$$D(6,0), E(-2,3)$$

ב. כתוב את שיעורי הנקודות :

$$F, G, H, I, J$$

כפי שהן מופיעות על גבי מערכת הצירים.



חיתוך עם הצירים ובין ישרים:

2) בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים נקודת חיתוך של ישר עם ציר ה- x וציר ה- y .

$$\text{נתונים הישרים: } y = 4 - x \text{ ו- } y = x - 2.$$

א. מצא את נקודות החיתוך של הישרים עם הצירים.

ב. מצא את נקודת החיתוך בין שני הישרים.

משוואת הקו הישר:

3) שרטט את הישרים הבאים במערכת צירים :

$$\text{א. } y = x + 3 \quad \text{ב. } y = -x + 5 \quad \text{ג. } y = \frac{1}{2}x + 2 \quad \text{ד. } y = 4x$$

$$\text{ה. } y = -2x \quad \text{ו. } y = -2x + 1 \quad \text{ז. } y = 3x - 4 \quad \text{ח. } x = 7$$

$$\text{ט. } y = -2 \quad \text{י. } y = 5$$

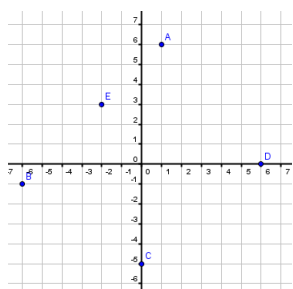
- 4 מצאו את משוואת הישר עפ"י השיפוע והנקודה שעליו:
- א. $(3,4)$, $m = 2$ ב. $(0,-1)$, $m = -3$
- ג. $(-2,5)$, $m = 0$ ד. $(2,8)$, $m = 3$
- ה. $(0,-7)$, $m = -0.5$ ו. $(-1,-3)$, $m = 0$
- ז. $(-8,2)$, $m = -\frac{5}{8}$ ח. $(0,0)$, $m = 1$

- 5 מצאו את משוואת הישר העובר דרך שתי הנקודות הנתונות:
- א. $(4,1)$, $(6,5)$ ב. $(-7,-9)$, $(-5,1)$
- ג. $(-2,4)$, $(3,4)$ ד. $(2,-1)$, $(2,7)$
- ה. $(3,6)$, $(1,8)$ ו. $(-4,-6)$, $(0,6)$
- ז. $(4,2)$, $(-2,3)$ ח. $(7,-2)$, $(4,-2)$
- ט. $(3,5)$, $(3,9)$

ישרים מקבילים:

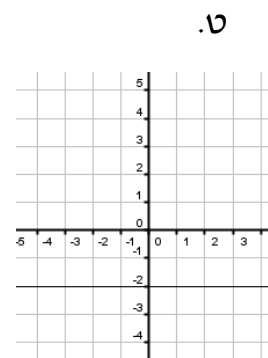
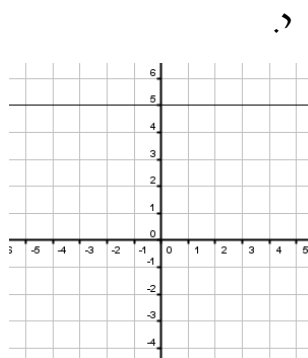
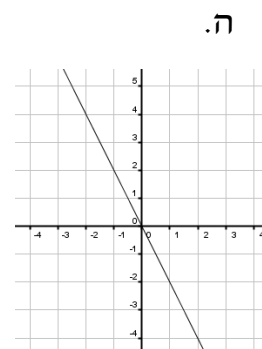
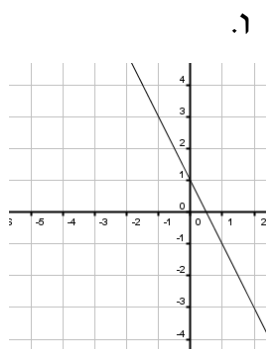
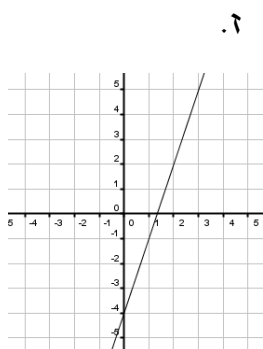
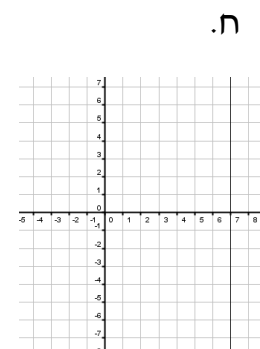
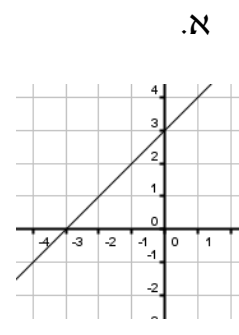
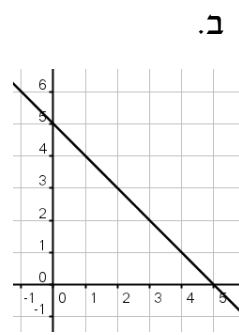
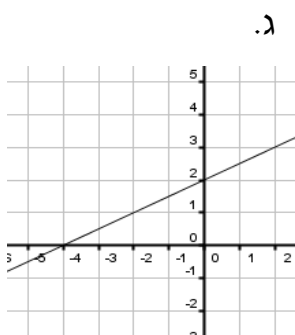
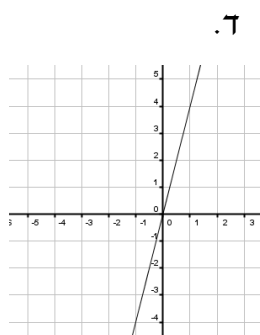
- 6 מצאו את משוואת הישר המקביל לישר הנתון ועובר דרך הנקודה שלידו:
- א. $(1,0)$, $y = 3x - 5$ ב. $(-5,7)$, $y = -4x + 9$
- ג. $(-2,-3)$, $y = 7x - 12$ ד. $(-1,7)$, $y = 5$
- ה. $(1,-3)$, $y = x + 5$ ו. $(0,0)$, $5y - 4x + 9 = 0$

תשובות סופיות:



- א. 1) $F(2,3)$, $G(2,-6)$, $H(-5,-2)$, $(-3,0)$, $(0,0)$ ב. 2) $(4,0)$, $(2,0)$, $(0,4)$, $(0,-2)$ ג. 3) שרטוט ישרים:

3) שרטוט ישרים:



יד. $y = 3x + 2$

יז. $y = 5$

יח. $y = -3x - 1$

יט. $y = 2x - 2$ 4

יז. $y = x$

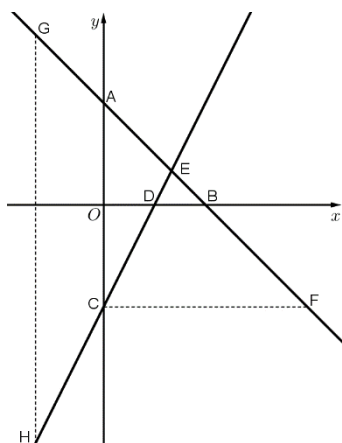
יח. $y = -\frac{5}{8}x - 3$

יט. $y = -3$

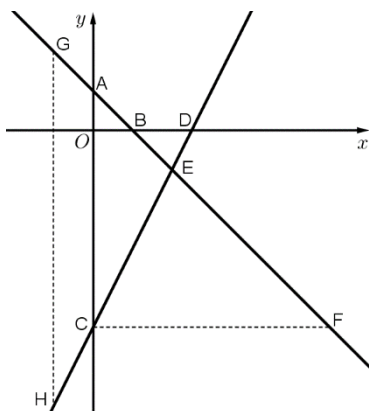
יא. $y = -\frac{1}{2}x - 7$

- א. $y = 2x - 7$ (5) ב. $y = 5x + 26$ ג. $y = 4$ ד. $x = 2$
 ה. $y = -x + 9$ ו. $y = 3x + 6$ ז. $y = -\frac{1}{6}x + 2\frac{2}{3}$ ח. $y = -2$
 ט. $x = 3$
 א. $y = 3x - 3$ (6) ב. $y = -4x - 13$ ג. $y = 7x + 11$ ד. $y = 7$
 ה. $y = x - 4$ ו. $y = 0.8x$

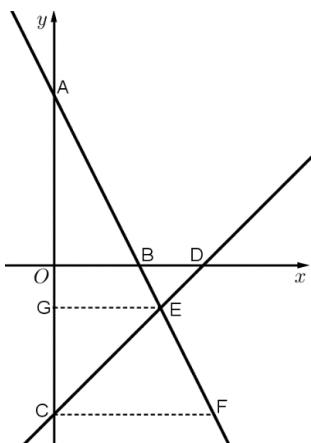
תרגילים שונים:



- (1) בסרטוט שלפניך מתוארים הישרים: $y = -x + 6$, $y = 2x - 6$.
 הקטעים המקווקים מקבילים לצירים.
 א. חשב את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
 ב. חשב את שיעורי הנקודות E ו-F.
 ג. נתון: 24 יחידות אורך $GH =$.
 חשב את שיעורי הנקודות G ו-H.
 ד. חשב את שטח הטרפז ACHG.

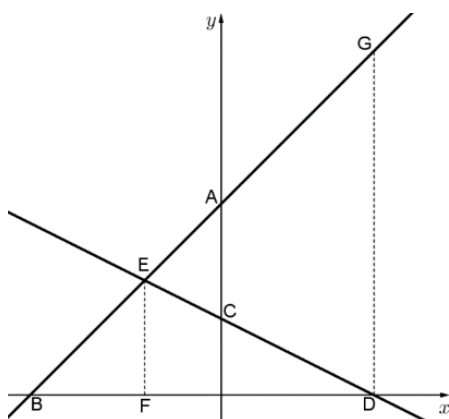


- (2) בסרטוט שלפניך מתוארים הישרים: $y = -x + 2$, $y = 2x - 10$.
 הקטעים המקווקים מקבילים לצירים.
 א. חשב את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
 ב. חשב את שיעורי הנקודות E ו-F.
 ג. נתון: 18 יחידות אורך $GH =$.
 חשב את שיעורי הנקודות G ו-H.
 ד. חשב את שטח הטרפז ACHG.



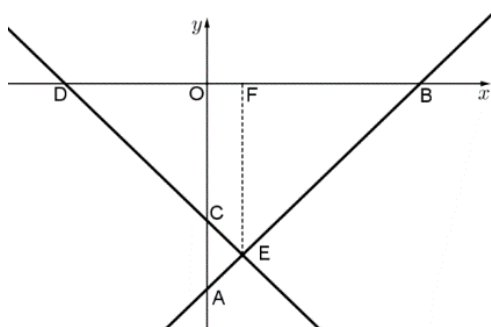
- 3) בסרטוט שלפניך מתוארים הישרים: $y = -2x + 8$, $y = x - 7$.
 הקטעים המקווקים מקבילים לצירים.
 א. חשב את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
 ב. חשב את שיעורי הנקודות E ו-F.
 ג. חשב את שטח הטרפז CGEF.

- 4) בסרטוט שלפניך מתוארים הישרים AE ו-DE.



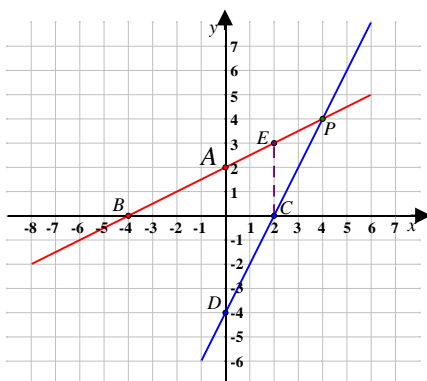
- משוואת הישר DE היא $y = -\frac{1}{2}x + 2$.
 נתון כי: 3 יחידות אורך $EF =$
 (מקביל לציר ה-y) וכן: $A(0, 5)$.
 א. חשב את שיעורי הנקודה E.
 ב. מצא את משוואת הישר AE.
 ג. חשב את שיעורי הנקודות B ו-D.
 ד. נתון כי DG מקביל לציר ה-y.
 חשב את שטח הטרפז EFDG.

- 5) בסרטוט שלפניך מתוארים הישרים AB ו-DE.



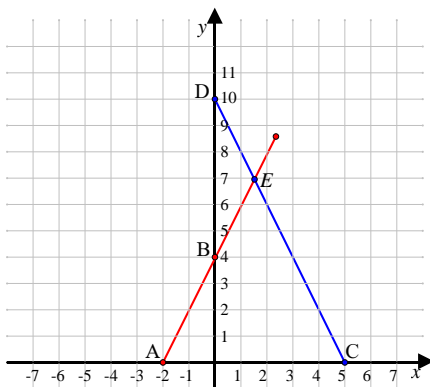
- משוואת הישר DE היא $y = -\frac{1}{2}x - 2$.
 נתון כי: 2.5 יחידות אורך $EF =$
 (מקביל לציר ה-y) וכן: $B(6, 0)$.
 א. חשב את שיעורי הנקודה E.
 ב. מצא את משוואת הישר AB.
 ג. מצא את אורך הקטע BD.
 ד. מצא את שיעורי הנקודה A ו-C.
 ה. חשב את שטח הטרפז OCEF.
 (O – ראשית הצירים).

6 נתונים הישרים: $2y - x = 4$, $y - 2x = -4$.



- הבא את המשוואות לצורה מפורשת.
- התאם לכל ישר את המשוואה המתאימה. נמק.
- מצא את הנקודות A, B, C, D, P .
- מצא $\triangle ABCP$.
- הנקודה C העלו אנך לציר x החותך את הישר AB בנקודה E . מצא $\triangle BCE$.
- האם ישר AB עובר דרך הנקודות $(1, -2)$, $(3, 5)$?

7 נתונים הישרים $y = 2x + 4$ ו- $y = -2x + 10$ המתוארים בגרף הבא:



- התאם לכל משוואה את הישר המתאים ונמק.
- מצא את הנקודות: A, B, C, D, E .
- מצא את שטחי המשולשים: $\triangle ACE$, $\triangle BDE$.

תשובות סופיות:

- (1) א. $A(0,6)$, $B(6,0)$, $C(0,-6)$, $D(3,0)$ ב. $E(4,2)$, $F(12,-6)$ ג. $G(-4,10)$, $H(-4,-14)$ ד. 72 יחידות שטח.
- (2) א. $A(0,2)$, $B(2,0)$, $C(0,-10)$, $D(5,0)$ ב. $E(4,-2)$, $F(12,-10)$ ג. $G(-2,4)$, $H(-2,-14)$ ד. 30 יחידות שטח.
- (3) א. $A(0,8)$, $B(4,0)$, $C(0,-7)$, $D(7,0)$ ב. $E(5,-2)$, $F(7.5,-7)$ ג. 31.25 יחידות שטח.
- (4) א. $E(-2,3)$ ב. $y = x + 5$ ג. $B(-5,0)$, $D(4,0)$ ד. 36 יחידות שטח.
- (5) א. $E(1,-2.5)$ ב. $y = \frac{1}{2}x - 3$ ג. 10 יחידות אורך BD ד. $A(0,-3)$, $C(0,-2)$ ה. 2.25 יחידות שטח.
- (6) א. $y = 2x - 4$, $y = \frac{1}{2}x + 2$ ג. $A(0,2)$, $B(-4,0)$, $C(2,0)$, $D(0,-4)$, $P(4,4)$ ד. $S_{\Delta BCP} = 12$ יח"ר ה. $S_{\Delta BCE} = 9$ יח"ר ו. הישר AB אינו עובר דרך הנקודות: $(1,-2)$, $(3,5)$.
- (7) א. $E(1.5,7)$, $D(0,10)$, $C(5,0)$, $B(0,4)$, $A(-2,0)$ ג. $S_{\Delta BDE} = 4.5$ יח"ר , $S_{\Delta BCP} = 24.5$ יח"ר.

תוכן העניינים:

60	פרק 4.....
60	הפרבולה.....
60	שאלות לפי נושאים :
61	שאלות כלליות :
64	תשובות סופיות :
66	תרגילים שונים :
70	תשובות סופיות :

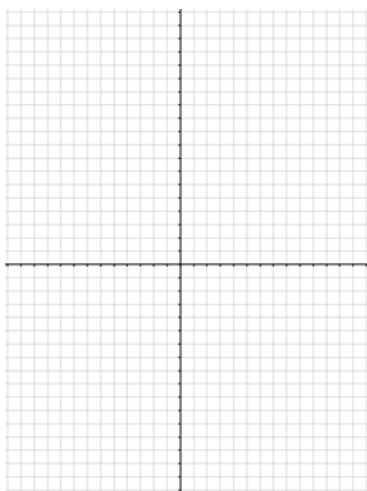
פרק 4

הפרבולה

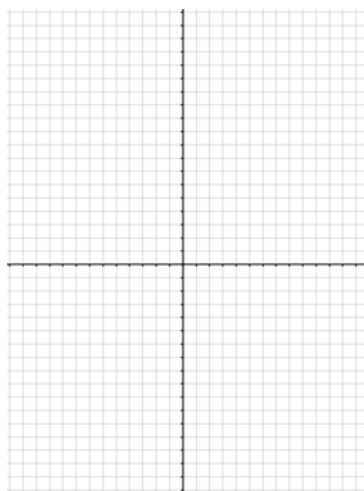
שאלות לפי נושאים:

- (1) בסרטון זה מוסבר מהי פרבולה וכיצד משרטטים אותה.
- (2) שרטט את הפרבולות הבאות במערכת צירים ע"י הצבת נקודות:

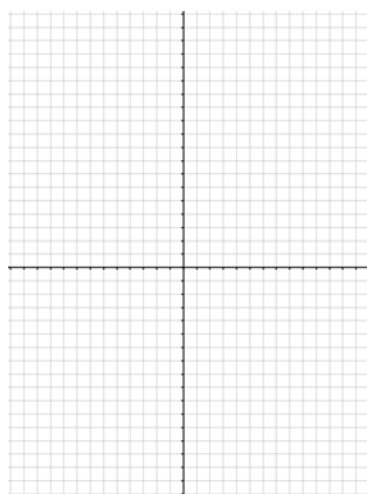
ב. $y = -2 - x^2$



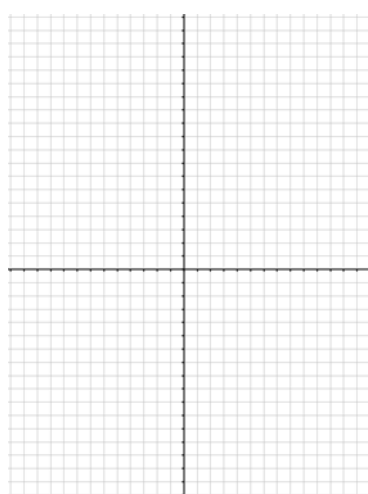
א. $y = -x^2$



ד. $y = (x+1)(x-4)$



ג. $y = x^2 - 4x + 5$

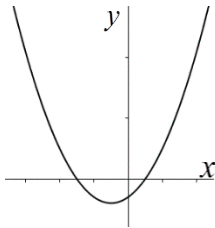


3) בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים נקודת חיתוך של פרבולה עם ציר ה- x ועם ציר ה- y .

4) בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים נקודות חיתוך של פרבולה וישר.
 א. מצא את נקודת החיתוך בין הפרבולה $y = -x^2 + 4x + 3$ והישר $y = x - 1$.
 ב. מצא את נקודת החיתוך בין הפרבולה $y = x^2 - 2x + 3$ והישר $y = 2x - 1$.

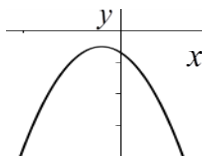
שאלות כלליות:

5) ענה על השאלות הבאות:



א. נתונה הפונקציה: $y = x^2 + 2x - 3$.

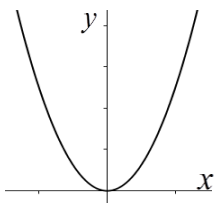
- i. איזה סוג פרבולה מייצגת הפונקציה שלפניך?
- ii. מצא את שיעורי הקדקוד של הפרבולה.
- iii. מצא נקודת חיתוך של הפרבולה עם הצירים.
- iv. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?



ב. נתונה הפונקציה: $y = -2x^2 - 4x - 7$.

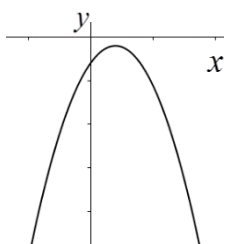
- i. מצא את קדקוד הפרבולה ונקודות החיתוך עם הצירים.
- ii. מהו הערך המכסימלי של הפונקציה?

6) ענה על השאלות הבאות:



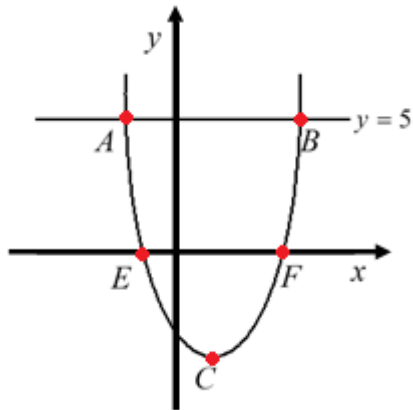
א. נתונה הפונקציה $y = x^2$.

- i. מצא את קדקוד הפרבולה.
- ii. מצא נקודת חיתוך של הפרבולה עם הצירים.
- iii. מהו הערך המינימלי של הפונקציה? באיזה נקודה מתקבל הערך המינימלי?

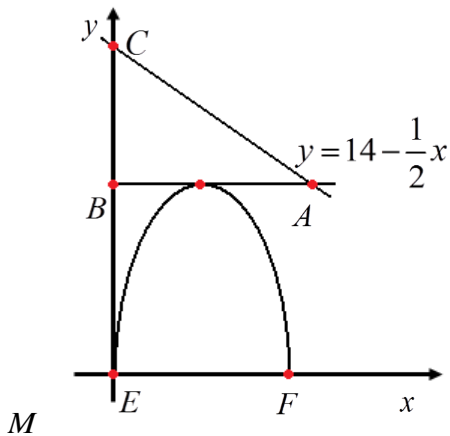


ב. נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + 4x - 6$.

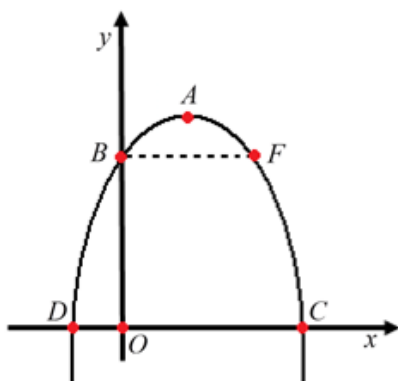
- i. מצא את קדקוד הפרבולה.
- ii. האם הפונקציה חותכת את ציר ה- x ?
- iii. מהו הערך המכסימלי של הפונקציה?
- iv. מצא את נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- y .
- v. דרך נקודה זו העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותר את הפרבולה בנקודה נוספת. מצא את הנקודה הנוספת.



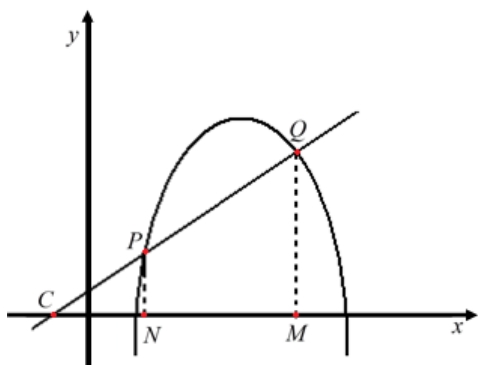
- (7) נתונה הפרבולה: $y = x^2 - 2x - 3$.
 נקודה C היא קדקוד הפרבולה. הישר $y = 5$ חותך את הפרבולה בנקודות A ו-B.
 א. מצא את שיעורי הנקודות A, B, C.
 ב. חשב את שטח המשולש ΔABC .
 ג. הפרבולה חותכת את ציר ה-x בנקודות E ו-F. חשב את שטח הטרפז ABFE.



- (8) הסרטוט שלפניך מתאר את גרף הפרבולה $y = 6x - x^2$ והישר $y = 14 - \frac{1}{2}x$. מקדקוד הפרבולה M.
 העבירו ישר המקביל לציר ה-x וחותר את הישר בנקודה A ואת ציר ה-y בנקודה B.
 הפרבולה חותכת את ציר ה-x בנקודות E ו-F.
 א. מצא את הנקודות A, B, C, E, F, M.
 ב. חשב את שטח הטרפז EBMF.
 ג. חשב את שטח המשולש ΔABC .
 ד. חשב את שטח המשולש ΔAMC .



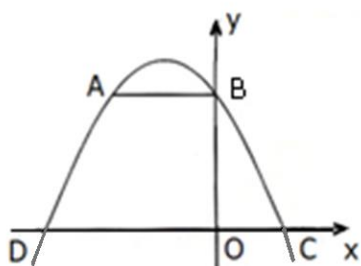
- (9) נתונה הפרבולה: $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$. הנקודה A היא קדקוד הפרבולה. הנקודות B, C, D הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם הצירים. מנקודה B מעבירים מקביל לציר ה-x החותך את הפרבולה בנקודה F.
 א. מצא את כל הנקודות A, B, C, D, F.
 ב. מצא את השטחים הבאים:
 1. שטח הטרפז BDFC.
 2. שטח הטרפז OBFC.
 3. שטח המשולש DAC.
 4. שטח המשולש BOC.
 5. שטח המשולש DFC.



10 נתונות הפונקציות הבאות: $y = -x^2 + 8x - 9$

$$y = x + 1$$

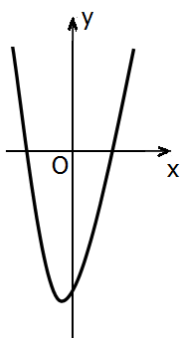
- הפרבולה והישר נחתכים בנקודות P ו-Q.
הישר חותך את ציר ה-x בנקודה C.
א. מצא את P, C, Q.
ב. חשב את שטח המשולש $\triangle CQM$.
ג. חשב את שטח הטרפז NPQC.



11 לפניכם סרטוט של הפרבולה $y = -x^2 - 2x + 8$

והקטע AB המקביל לציר ה-x.

- א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
ב. חשבו את שטח הטרפז ABCD.
ג. חשבו את שטח המשולש $\triangle BDC$.

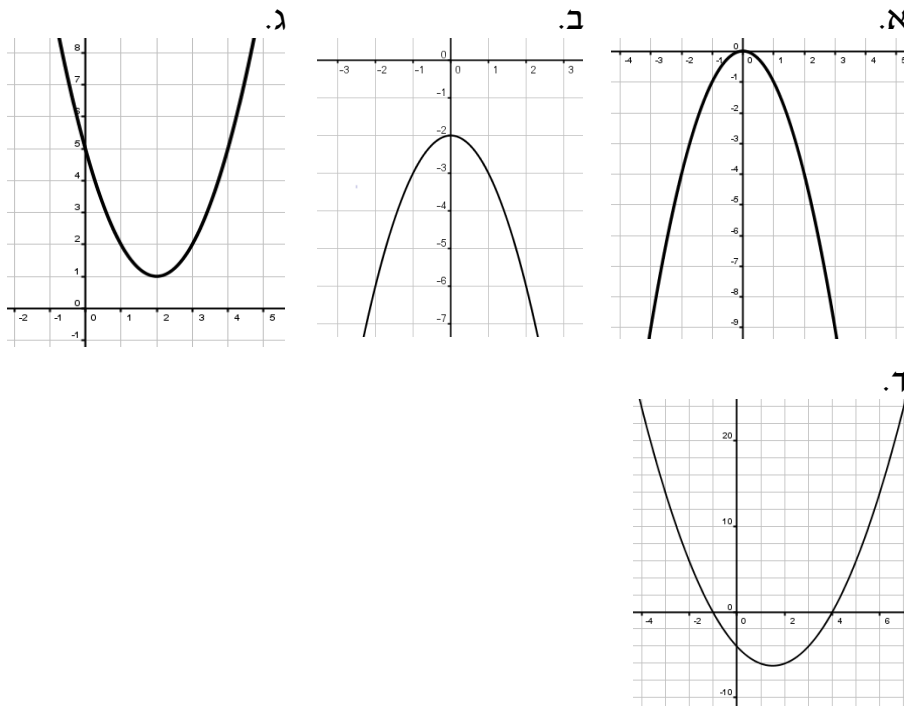


12 נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-3)(x+4)$.

- א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים, ורשמו את הערכים של הנקודות על הגרף.
ב. עבור אילו ערכים של x הפונקציה $f(x)$ חיובית?
ג. מצאו את שיעורי הקדקוד של הפרבולה.
ד. עבור אילו ערכים של x הפונקציה עולה?

תשובות סופיות:

(2)



- א. $(-1, -2)$; $(4, 3)$ א. (4)
 ב. $(2, 3)$
 א. 1. פרבולה ישרה. א. (5)
 2. $(-1, -4)$
 3. $(0, -3)$; $(1, 0)$; $(1, 0)$
 4. $y = -4$
 א. 1. $(0, -7)$; $(-1, -5)$ ב. 1. $(0, -7)$; $(-1, -5)$
 2. $y = -5$
 א. 1. $(0, 0)$ א. (6)
 2. $(0, 0)$
 ב. 1. $(2, -2)$ ב. 1. $(2, -2)$
 2. לא. 2. לא.
 5. $(4, -6)$
 א. $A(-2, 5)$, $B(4, 5)$, $C(1, -4)$ א. (7)
 ב. 27 יח"ר $S_{\Delta ABC}$
 ג. 25 יח"ר S_{ABEF}
 א. $M(3, 9)$, $F(6, 0)$, $E(0, 0)$, $C(0, 14)$, $B(0, 9)$, $A(10, 9)$ א. (8)
 ג. 25 יח"ר $S_{\Delta ABC}$ ב. $40\frac{1}{2}$ יח"ר S_{EBMF}
 ד. $17\frac{1}{2}$ יח"ר $S_{\Delta AMC}$
 א. $F(2, 4)$, $D(-2, 0)$, $C(4, 0)$, $B(0, 4)$, $A\left(1, 4\frac{1}{2}\right)$ א. (9)

ב. 1. $S_{DBFC} = 16$ יח"ר 2. $S_{OBFC} = 12$ יח"ר

3. $S_{ADAC} = 13\frac{1}{2}$ יח"ר 4. $S_{ABOC} = 8$ יח"ר

5. $S_{ADFC} = 12$ יח"ר

10 א. $Q(5,6)$, $P(2,3)$, $C(-1,0)$ ב. $S_{ACQM} = 18$ יח"ר

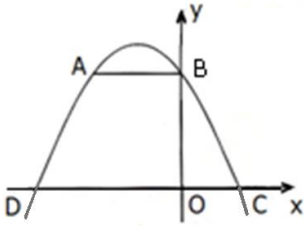
ג. $S_{NPQM} = 13\frac{1}{2}$ יח"ר

11 א. $D(-4,0)$, $C(2,0)$, $B(0,8)$, $A(-2,8)$

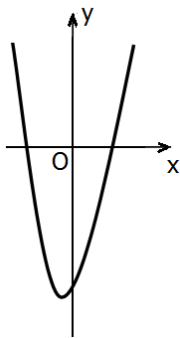
ב. $S_{ABCD} = 32$ יח"ר ג. $S_{ABDC} = 24$ יח"ר

12 א. $(3,0)$, $(-4,0)$, $(0,-12)$ ב. $x < -4$, $x > 3$ ג. $\left(-\frac{1}{2}, -12\frac{1}{4}\right)$ ד. $x > -\frac{1}{2}$

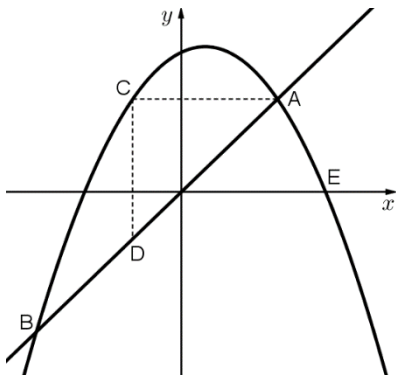
תרגילים שונים:



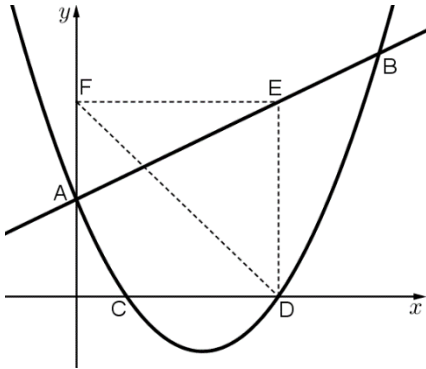
- (1) לפניכם סרטוט של הפרבולה $y = -x^2 - 2x + 8$ והקטע AB המקביל לציר ה- x .
 א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
 ב. חשבו את שטח הטרפז ABCD.
 ג. חשבו את שטח המשולש $\triangle BDC$.



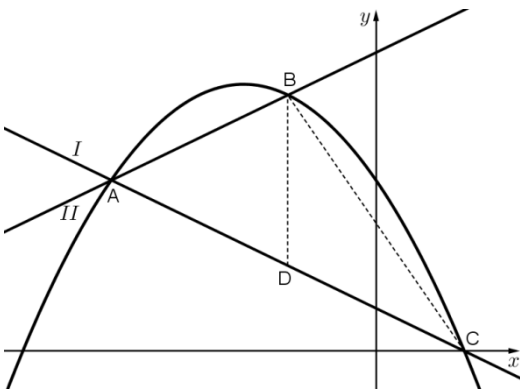
- (2) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-3)(x+4)$.
 א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים, ורשמו את הערכים של הנקודות על הגרף.
 ב. עבור אילו ערכים של x הפונקציה $f(x)$ חיובית?
 ג. מצאו את שיעורי הקדקוד של הפרבולה.



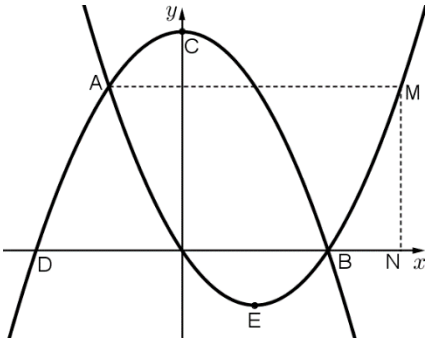
- (3) בסרטוט שלפניך מתוארים הישר: $y = 2x$ והפרבולה: $y = -x^2 + x + 6$.
 א. חשב את שיעורי נקודות החיתוך של הישר והפרבולה, A ו-B.
 ב. הישר AC מקביל לציר ה- x והישר CD מקביל לציר ה- y .
 חשב את שטח המשולש ACD.
 ג. מצא את משוואת הישר המקביל לישר הנתון ועובר דרך הנקודה E, נקודת החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה- x הנמצאת מימין לראשית הצירים.



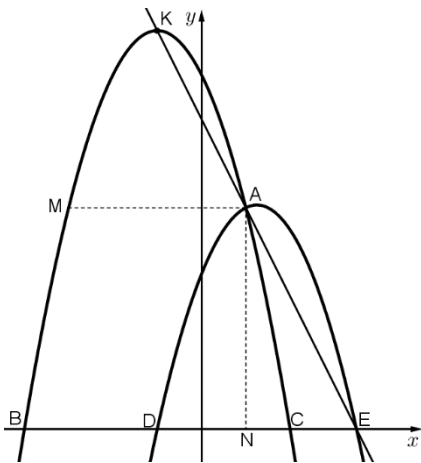
- 4 בסרטוט שלפניך מתוארים
הישר: $y = x + 4$ והפרבולה: $y = x^2 - 5x + 4$.
הגרפים של הישר והפרבולה נחתכים
בנקודות A ו-B.
א. חשב את שיעורי הנקודות A ו-B.
ב. חשב את שיעורי הנקודות C ו-D,
נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם
ציר ה- x .
ג. מעלים אנך מהנקודה D החותך את הישר בנקודה E.
חשב את שיעורי הנקודה E.
ד. הקטע EF מקביל לציר ה- x .
חשב את שטח המשולש FDE.



- 5 בסרטוט שלפניך מתוארים הגרפים
של שני ישרים I ו-II.
ושל הפרבולה $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 8$.
שני הישרים והפרבולה נחתכים בנקודה A.
משוואת הישר II היא: $y = x + 14$.
א. חשב את שיעורי הנקודה A.
ב. חשב את שיעורי הנקודה C,
נקודת החיתוך של גרף הפרבולה עם
ציר ה- x הנמצאת מימין לראשית הצירים.
ג. מצא את משוואת הישר I.
ד. חשב את שיעורי הנקודה B.
ה. הקטע BD מקביל לציר ה- y וחותך את ישר I בנקודה D.
חשב את שטח המשולש BCD.



- 6 בסרטוט שלפניך מתוארים הגרפים של שתי פרבולות: $y = x^2 - 3x$ ו- $y = -x^2 + 9$.
- א. חשב את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולות זו עם זו: A ו-B.
- ב. חשב את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולות עם ציר ה- x .
- ג. חשב את שיעורי קדקודי הפרבולות.
- ד. הקטעים AM ו-MN מקבילים לציר ה- x ולציר ה- y בהתאמה. חשב את אורכם.
- ה. חשב את שטח המשולש ABM.



- 7 בסרטוט שלפניך נתונות הפרבולות: $y = -x^2 - 2x + 8$ ו- $y = -x^2 + 2\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}$.
- א. חשב את שיעורי נקודת החיתוך של הפרבולות A, ואת שיעורי נקודות החיתוך שלהן עם ציר ה- x , B, C, D, E.
- ב. כתוב את משוואת הישר AE והראה כי הוא עובר דרך נקודת קדקוד הפרבולה, K.
- ג. מעבירים את הקטעים AM ו-AN אשר מקבילים לצירים. חשב את אורכם.
- ד. חשב את שטח המשולש AME.

- 8 נתונות שתי הפרבולות: $y = 2x^2 - 4x$ ו- $y = 3x^2 + bx - 2$, פרמטר b .
- א. לשתי הפרבולות נקודת חיתוך משותפת: $(1, -2)$. מצא את ערך הפרמטר b .
- ב. מצא את נקודת החיתוך שנייה של שתי הפרבולות.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפרבולה: $y = 2x^2 - 4x$. (היעזר בנקודות החיתוך עם הצירים ובקדקוד הפרבולה).

9 נתונות שתי הפרבולות: $y = x^2 - x + 6$ ו- $y = ax^2 - 6x - 8$, $a \neq 0$ פרמטר.

א. לשתי הפרבולות נקודת חיתוך משותפת: $(-2, 12)$.

מצא את ערך הפרמטר a .

ב. מצא את נקודת החיתוך שנייה של שתי הפרבולות.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפרבולה: $y = x^2 - x + 6$.

(היעזר בנקודות החיתוך עם הצירים ובקדקוד הפרבולה).

10 נתונות שתי פרבולות שמשוואותיהן: $y = -x^2 + bx - 5$ ו- $y = -x^2 + 3x + 4$,

b פרמטר. ידוע כי הגרפים של הפרבולות נחתכים בנקודת הקדקוד של

הפרבולה $y = -x^2 + bx - 5$.

מצא את ערך הפרמטר b (הבחן בין שתי אפשרויות שונות).

תשובות סופיות:

1 א. $D(-4,0)$, $C(2,0)$, $B(0,8)$, $A(-2,8)$

ב. $S_{ABCD} = 32$ יח"ר , ג. $S_{\Delta BDC} = 24$ יח"ר .

2 א. $(3,0)$, $(-4,0)$, $(0,-12)$ ב. $x < -4$, $x > 3$ ג. $\left(-\frac{1}{2}, -12\frac{1}{4}\right)$

3 א. $A(2,4)$, $B(-3,-6)$ ב. 4.5 יחידות שטח. ג. $y = 2x - 6$

4 א. $A(0,4)$, $B(6,10)$ ב. $C(1,0)$, $D(4,0)$ ג. $E(4,8)$

ד. 16 יחידות שטח.

5 א. $A(-6,8)$ ב. $C(2,0)$ ג. $y = -x + 2$

ד. $B(-2,12)$ ה. 16 יחידות שטח.

6 א. $A(-1.5, 6.75)$, $B(3,0)$ ב. $B(3,0)$, $D(-3,0)$ ו- $O(0,0)$

ג. $C(0,9)$, $E(1.5, -2.25)$ ד. 6 יחידות אורך $AM =$, 6.75 יחידות אורך $MN =$

ה. 20.25 יחידות שטח.

7 א. $A(1,5)$, $B(-4,0)$, $C(2,0)$, $D(-1,0)$, $E(3.5,0)$ ב. $y = -2x + 7$

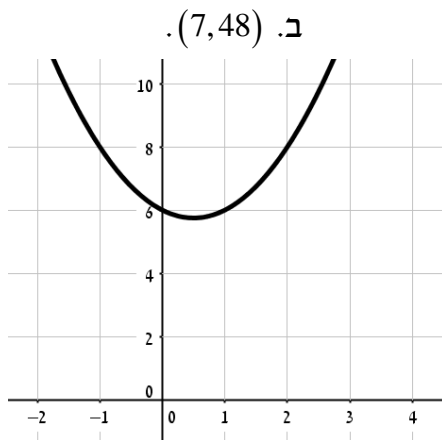
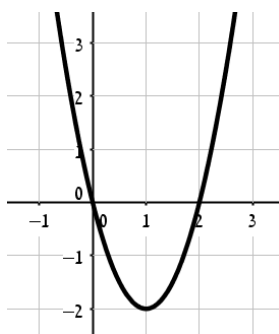
ג. 4 יחידות אורך $AM =$, 5 יחידות אורך $AN =$ ד. 10 יחידות שטח.

8 א. $b = -3$ ב. $(-2,16)$

ג. סקיצה בצד:

9 א. $a = 2$ ב. $(7,48)$

ג. להלן סקיצה:



10 $b = -3$ או $b = 6$

תוכן העניינים:

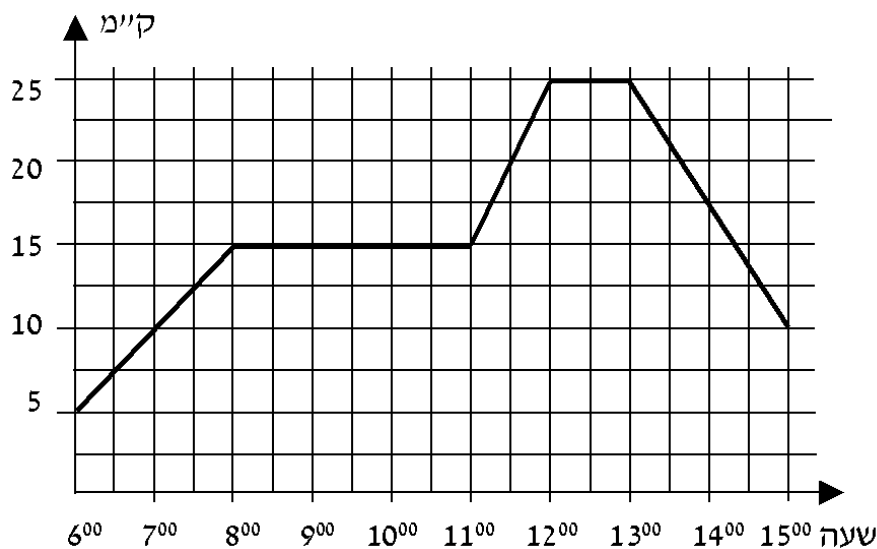
72	פרק 5.....
72	קריאת גרפים ובניית גרפים.....
72	כללי :
88	תשובות סופיות :

פרק 5

קריאת גרפים ובניית גרפים

כללי:

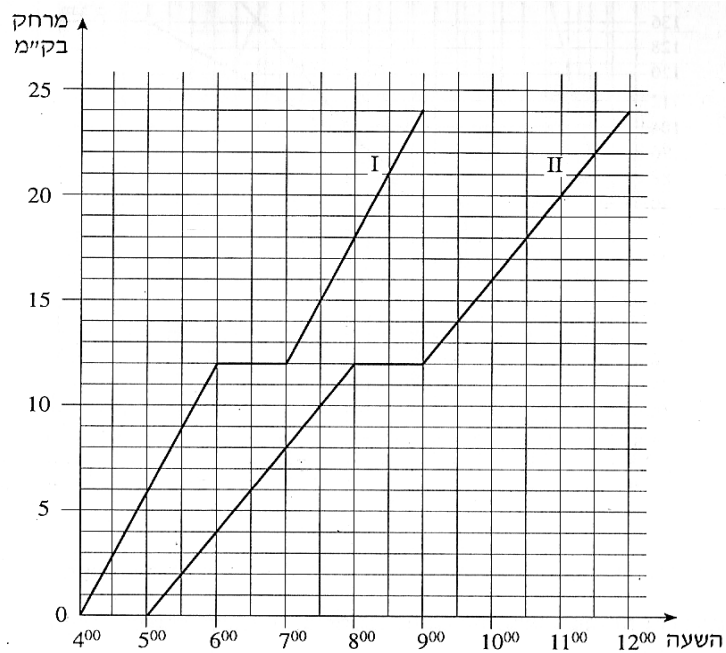
1) רוכב אופניים יצא מקריית ביאליק. הגרף שלפניך מתאר את המרחק של הרוכב מקריית ביאליק לפי הזמן.



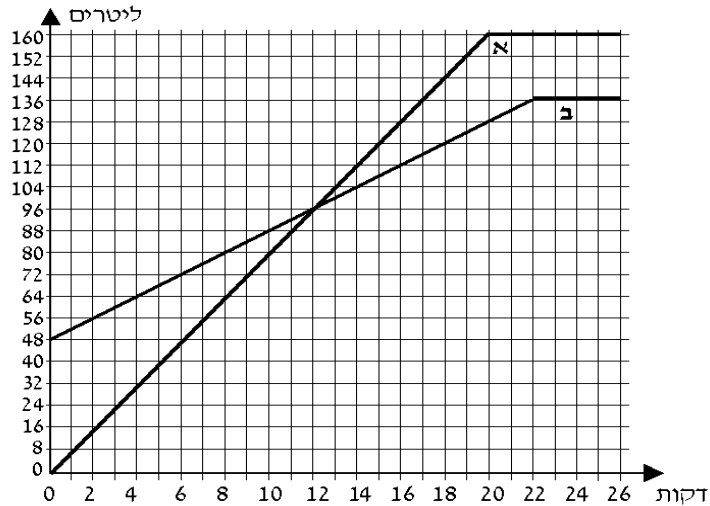
ענה על הסעיפים הבאים בהתאם לגרף:

- א. באיזה מרחק מקריית ביאליק היה הרוכב האופניים בשעה 11:30?
- ב. באלו שעות היה הרוכב האופניים במרחק של 10 ק"מ מקריית ביאליק?
- ג. כמה פעמים נח הרוכב האופניים, וכמה זמן נמשכה כל מנוחה?
- ד. איזה מרחק עבר הרוכב האופניים בין השעות 13:00 ל-15:00?
- ה. באיזה מהירות נסע הרוכב האופניים בין השעות 13:00 ל-15:00?
- ו. כמה ק"מ בסך הכול עבר הרוכב האופניים בין השעה 6:00 ל-15:00?
- ז. בין אלו שעות נסע הרוכב האופניים במהירות גדולה יותר?

- (2) שתי קבוצות צועדים יצאו למסע באותו מסלול. הקבוצה המהירה צעדה במהירות של 6 ק"מ לשעה. הקבוצה האיטית צעדה במהירות של 4 ק"מ לשעה. כל אחת מהקבוצות עשתה מנוחה אחת במהלך המסע. הגרפים I ו-II שלפניך מתארים את המרחק של שתי הקבוצות מנקודת המוצא, לפי הזמן.
- א. איזה מהגרפים, I או II, מתאים לקבוצה המהירה?
- ב. באיזה מרחק מנקודת המוצא הייתה כל אחת מהקבוצות בשעה 6:00 בבוקר?
- ג. באיזו שעה הייתה הקבוצה המהירה במרחק של 18 ק"מ מנקודת המוצא?
- ד. מה היה המרחק בין הקבוצות כאשר הקבוצה האיטית התחילה את המנוחה שלה?

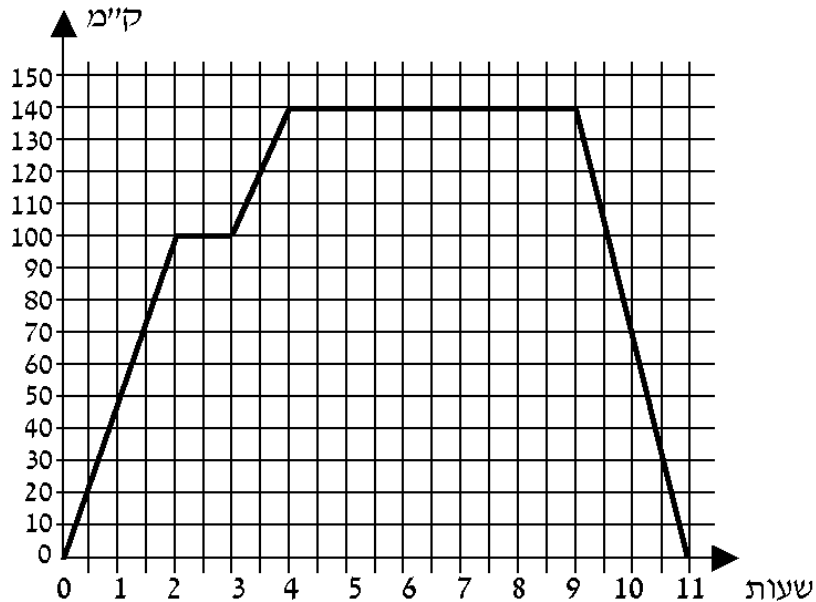


- 3) נתונים שני מכלים. מכל א ריק, ובמכל ב יש 48 ליטר מים. מזרימים מים לשני המכלים עד שהם מתמלאים. לפניך גרפים המתארים את כמות המים בשני המכלים, לפי הזמן (מרגע פתיחת הברזים).



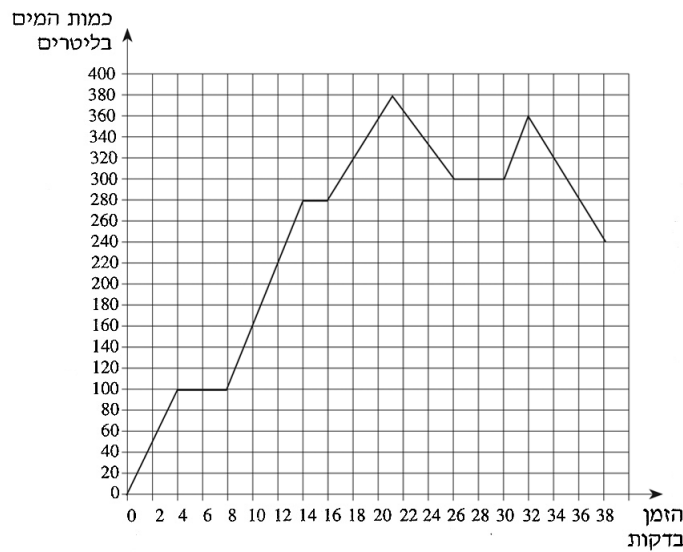
- א. כמה ליטרים מים יש בכל אחד מהמכלים 4 דקות לאחר פתיחת הברזים?
 ב. לאחר כמה דקות, מרגע פתיחת הברזים, היו במכל א 120 ליטר מים? ולאחר כמה דקות, מרגע פתיחת הברזים, היו במכל ב 120 ליטר מים?
 ג. במשך כמה דקות, מרגע פתיחת הברזים, הייתה כמות המים במכל ב גדולה מכמות המים במכל א?
 ד. באיזה מכל היו יותר מים, 20 דקות לאחר פתיחת הברזים, ובכמה ליטרים יותר?
 ה. לאחר כמה דקות מרגע פתיחת הברזים התמלא מכל ב?

- 4) משאית יצאה מתל אביב. המשאית עצרה בשני מחנות צבאיים, וחזרה לתל אביב. לפניך גרף המתאר את המרחק של המשאית מתל אביב, מרגע יציאתה ועד רגע חזרתה.



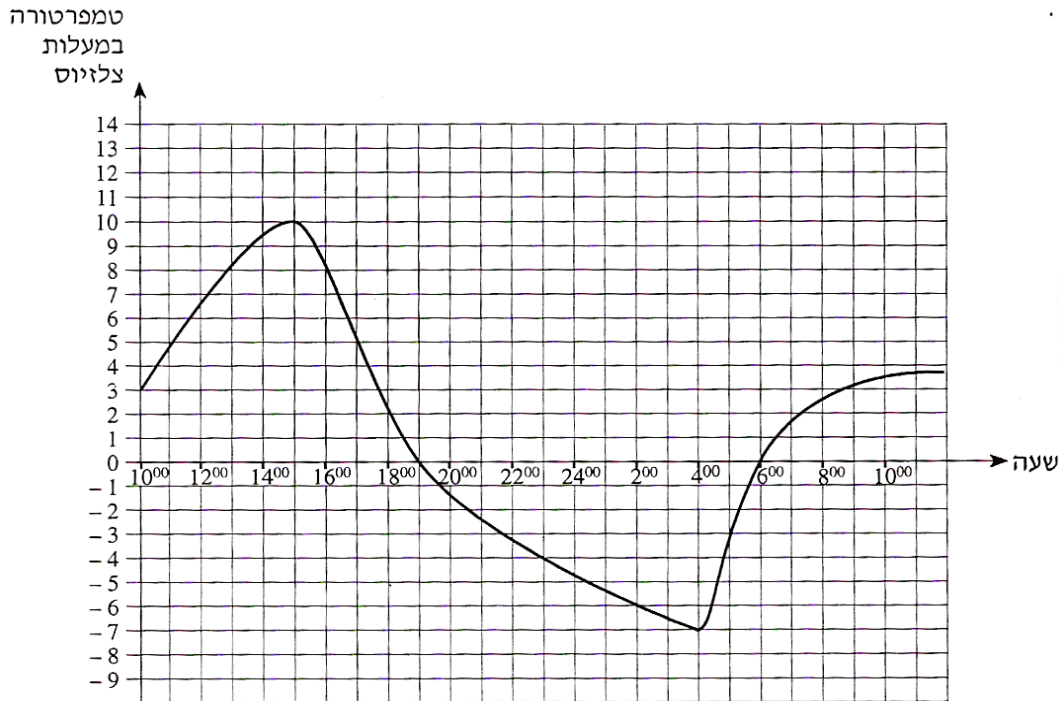
- א. כמה זמן התעכבה המשאית במחנה הראשון, וכמה זמן התעכבה במחנה השני?
- ב. מהו המרחק בין המחנה הראשון למחנה השני?
- ג. מה הייתה מהירות המשאית בשעתיים הראשונות לנסיעה?
- ד. מה הייתה מהירות המשאית בדרך חזרה מן המחנה השני לתל אביב?
- ה. מהו אורך כל הדרך שעברה המשאית מרגע יציאתה ועד רגע חזרתה?
- ו. לאחר כמה זמן מרגע היציאה מתל אביב הגיעה המשאית למחנה השני?
- ז. כמה זמן נמשכה הדרך חזרה מהמחנה השני לתל אביב?

5) הגרף שלפניך מתאר את כמות המים במכל לפי הזמן שחלף מתחילת זרימת המים.



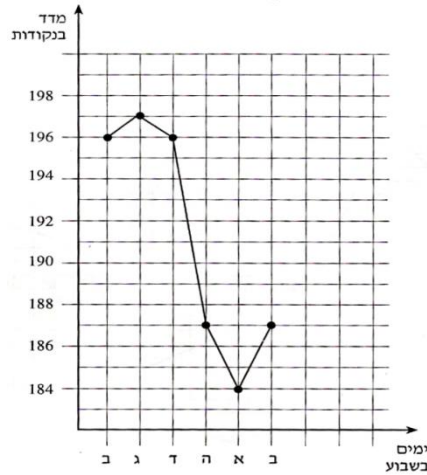
- א. כמה מים היו במכל כעבור 12 דקות מתחילת זרימת המים?
- ב. באלו זמנים היו במכל בדיוק 360 ליטר מים?
- ג. מה הייתה הכמות הגדולה ביותר במכל?
- ד. האם בין הדקה ה-22 לדקה ה-24 כמות המים במכל גדלה או קטנה? נמק.
- ה. כמה מים הוזרמו למכל בין הדקה ה-10 לדקה ה-12?
- ו. באלו זמנים לא היה שינוי בכמות המים במכל?

6) הגרף שבעמוד הבא מתאר את הטמפרטורות שנמדדו בארץ אירופית מסוימת באחד מימי החורף. המדידות נערכו במשך 24 שעות החל מ-10:00 בבוקר ועד 10:00 בבוקר שלמחרת.



- א. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הגבוהה ביותר, ובאיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הנמוכה ביותר?
- ב. מהו הפער במעלות (ההפרש) בין הטמפרטורה הגבוהה ביותר לטמפרטורה הנמוכה ביותר?
- ג. מהו קצב השינוי הממוצע של הטמפרטורה מהשעה 15:00 ועד השעה 19:00?
- ה. בין אלו שעות היה קצב השינוי הממוצע של הטמפרטורה הגדול ביותר: בין השעה 10:00 ל-15:00 או בין השעה 6:00 ל-10:00 בבוקר שלמחרת? נמק את תשובתך.
- ו. בין אלו שעות הייתה הטמפרטורה במגמת ירידה?

- 7) לפניך גרף שפורסם באחד מעיתוני הערב, בספטמבר 1996. הגרף מתאר את השתנות מדד המניות מיום שני עד יום שני בשבוע לאחר מכן.

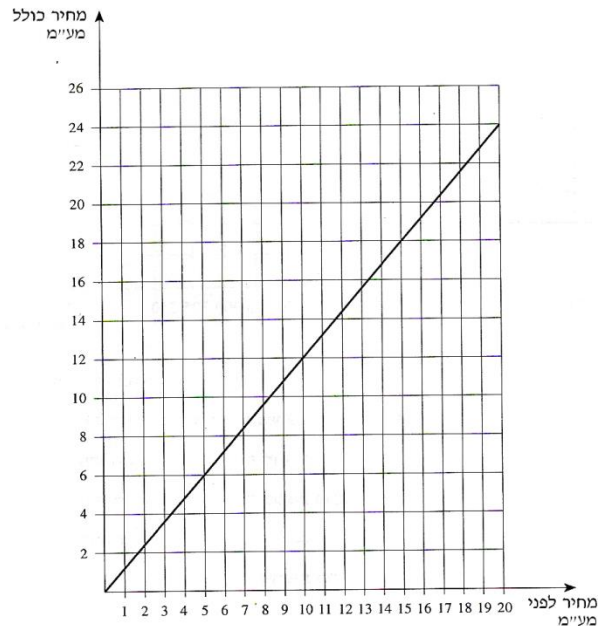


- א. באיזה יום בשבוע היה המדד הגבוה ביותר (מקסימום)?
 ב. באיזה יום בשבוע היה המדד הנמוך ביותר (מינימום)?
 ג. בכמה נקודות ירד המדד מיום ד עד יום א?
 ד. באלו מימי השבוע היה מדד של 187 נקודות?
- 8) הגרף שלפניך מתאר את המחיר שגובה חברת טלפונים בעבור שיחות בטלפון ביתי, לפי מספר פעימות מונה בחודש.



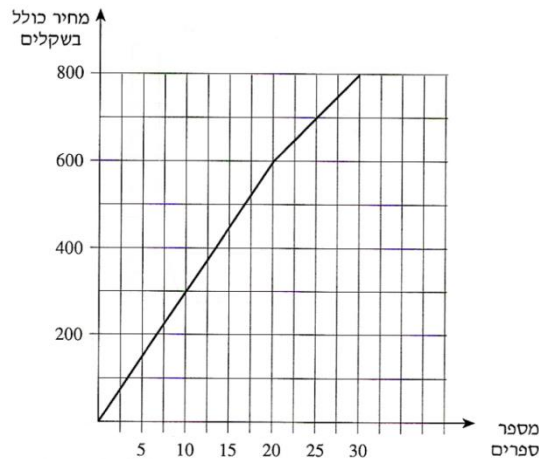
- א. מה התשלום החודשי הקבוע בעבור דמי שימוש בטלפון?
 ב. מה התשלום הכולל בעבור 50 פעימות מונה בחודש?
 ג. מהו המחיר לפעימת מונה נוספת בתחום שבין 100 ל-175 פעימות מונה בחודש?
 ד. שיחת טלפון חויבה ב-10 פעימות מונה, בתחום שבין 175-350 פעימות מונה. מה הייתה התוספת לחשבון?
 ה. אדם חויב בחודש מסוים בתשלום בעבור 350 פעימות מונה. כמה שילם בממוצע לפעימת מונה אחת?

9) לפניך גרף המתאר את המחיר לצרכן, הכולל מע"מ, לפי המחיר לפני מע"מ.



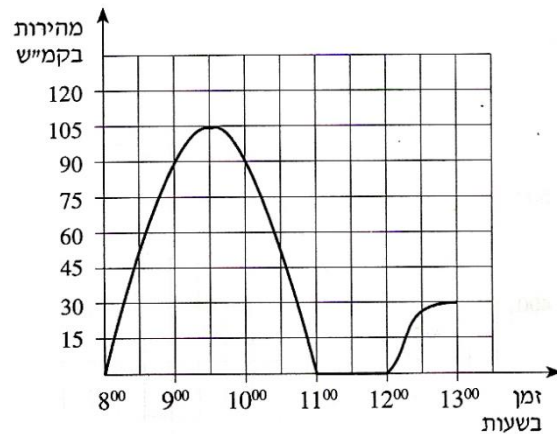
- כמה שקלים משלם הצרכן כאשר המחיר לפני מע"מ הוא 10 ₪?
- מהו המחיר לפני מע"מ כאשר הצרכן משלם 18 ₪?
- חשב את אחוז המע"מ (בכמה אחוזים מייקר המע"מ את המחיר לצרכן?).

10) הגרף שלפניך מתאר את המחיר של ספרים, לפי מספר הספרים שקונים.



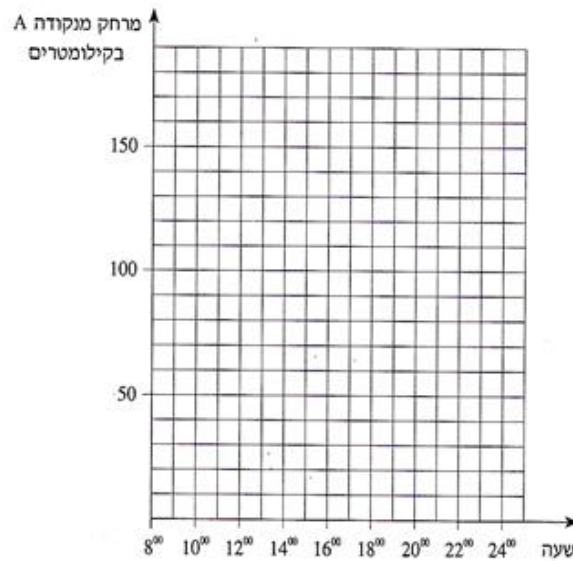
- כמה משלמים כשקונים 25 ספרים?
- מהו המחיר של כל אחד מ-20 הספרים הראשונים?
- מהו המחיר של כל אחד מהספרים בתחום שבין 20 ספרים ל-30 ספרים?
- סוחר קנה 30 ספרים. כמה שילם בממוצע לכל ספר?

11) הגרף שלפניך מתאר מהירות של מכונית בכל רגע, מהשעה 8:00 ועד השעה 13:00.



- א. באיזו שעה הייתה מהירות המכונית הגדולה ביותר, ומה הייתה מהירות זו?
- ב. באיזה פרק זמן המכונית עמדה?
- ג. מה הייתה מהירות המכונית בשעה 9:00?
- ד. באלו פרקי זמן הייתה מהירות המכונית במגמת עלייה?

12) קבוצה של רוכבי אופניים יצאה מנקודת A בשעה 8:00 בבוקר. הם רכבו במהירות של 25 קמ"ש, וכעבור שעתיים הגיעו לנקודה B. בנקודה B הם נחו 3 שעות. אחרי המנוחה המשיכו במהירות של 10 קמ"ש והגיעו בשעה 19:00 בערב לנקודה C. מנקודה C המשיכו לרכב במהירות קבועה בלי הפסקה במשך 3 שעות, והגיעו לנקודה D, הנמצאת במרחק של 170 ק"מ מ-A. א. שרטט במערכת הצירים שלפניך גרף המתאר את המרחק של רוכבי האופניים מנקודה A עד נקודה D, לפי הזמן.

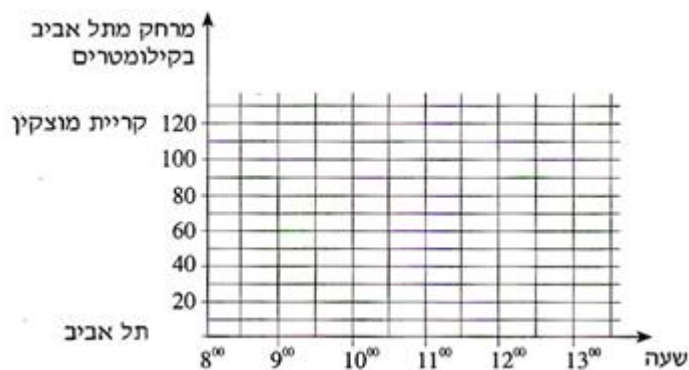


- ב. עיין בגרף ששרטט בסעיף א, וענה על הסעיפים הבאים:
- ג. באיזה מרחק מהנקודה A היו רוכבי האופניים בשעה 17:00 ובשעה 21:00?
- ד. באיזו מהירות רכבו רוכבי האופניים כשהיו במרחק של 130 ק"מ מהנקודה A?

13 בשעה 8:00 בבוקר יצאה רכבת משא מתל אביב לקריית מוצקין במהירות של 30 קמ"ש. אחרי שעברה 60 ק"מ עשתה הרכבת הפסקה של חצי שעה, ואחר כך המשיכה במהירות של 40 קמ"ש עד שהגיעה לקריית מוצקין. המרחק בין קריית מוצקין לתל אביב הוא 120 ק"מ. בשעה 8:00 בבוקר יצאה רכבת נוסעים מקריית מוצקין לתל אביב במהירות של 30 קמ"ש, ונסעה בלי הפסקה עד שהגיעה לתל אביב.

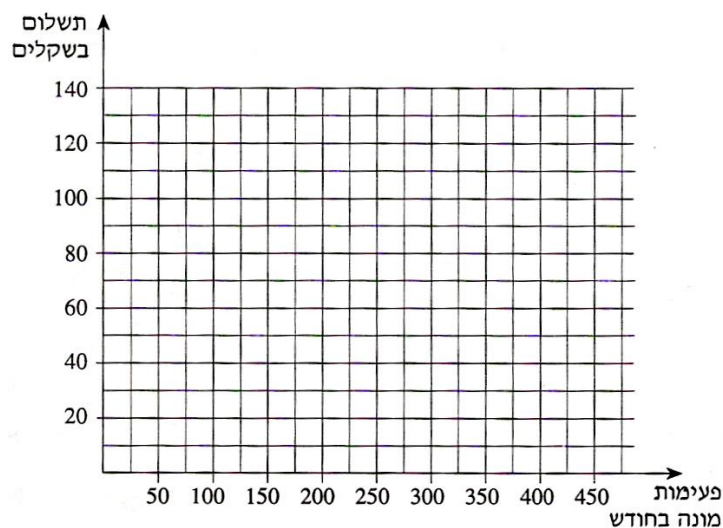
א. שרטט במערכת צירים את הגרפים המתארים את המרחק מתל אביב, לפי זמן:

- i. של רכבת המשא.
- ii. של רכבת הנוסעים.

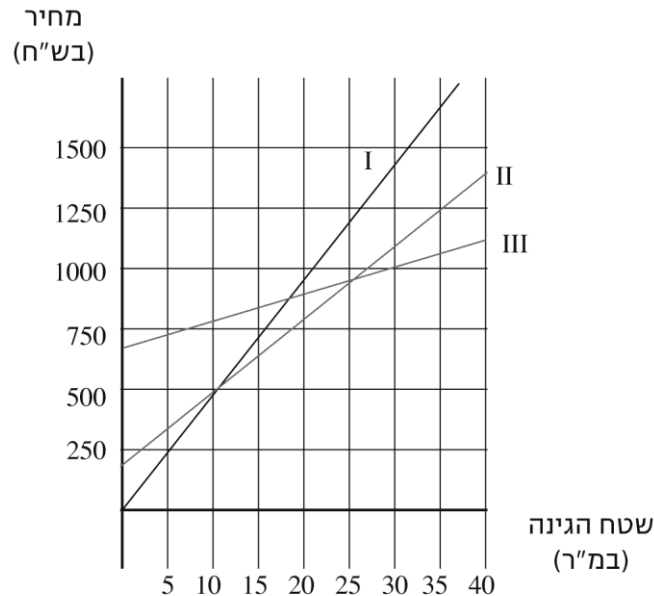


ב. באיזה מרחק מתל אביב ייפגשו הרכבות?

14 חשבון חודשי לשיחות טלפון מורכב מתשלום קבוע של 40 שקלים לחודש ומתשלום מדורג בעבור פעימות מונה, כמפורט להלן:
50 פעימות המונה הראשונות הן בחינם. מהפעימה ה-50 עד הפעימה ה-250 משלמים 30 אגורות לפעימה. מהפעימה ה-250 משלמים 10 אגורות לפעימה. שרטט במערכת הצירים גרף המתאר את התשלום החודשי בעבור שיחות טלפון, לפי מספר הפעימות בחודש.

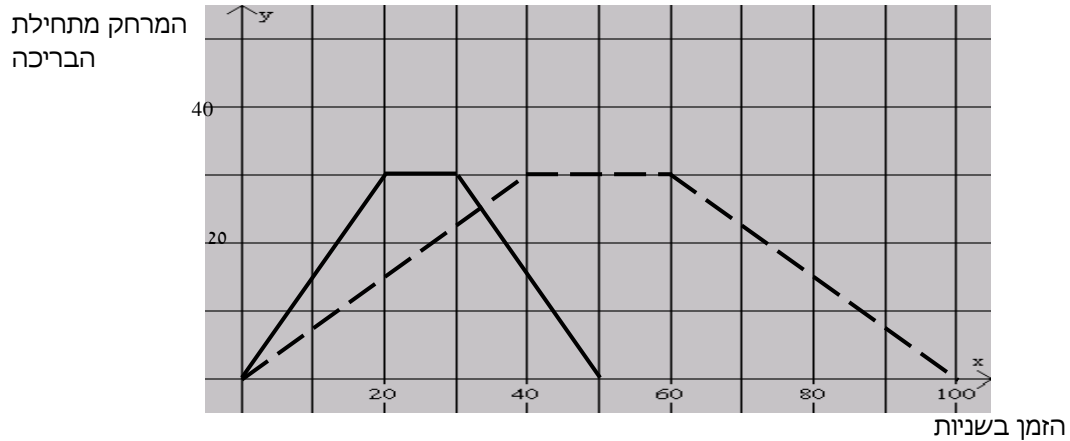


- 15) שלושה קבלני גינון פרסמו בעיתון השכונתי הצעות מחיר לסידור גינה:
 הצעתו של הקבלן ברוך: 700 ש"ח לייעוץ ו-10 ש"ח לכל מ"ר גינה.
 הצעתו של הקבלן גדליה: 200 ש"ח לייעוץ ו-30 ש"ח לכל מ"ר גינה.
 הצעתו של הקבלן אורי: 45 ש"ח לכל מ"ר גינה (הייעוץ כלול במחיר).
 לפניך שלושה גרפים המתארים את ההצעות.



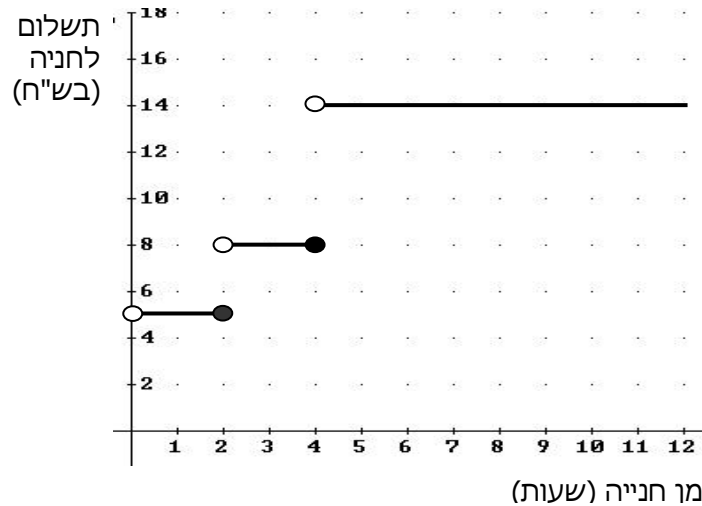
- א. כתוב לצד כל גרף את שם הקבלן המתאים.
 ב. מהו שטח הגינה בעבורו גובים הקבלנים אורי וגדליה מחיר זהה?
 מהו המחיר במקרה זה?
 ג. למשפחת ישראלי גינה ששטחה 100 מ"ר. גברת ישראלי רצתה להזמין את
 הקבלן שהצעתו היקרה ביותר, כי לטענתה, הוא גם הטוב ביותר. מר
 ישראלי עמד על כך שיזמינו את הקבלן הזול ביותר כי ממילא בכוונתם
 לעבור דירה בקרוב. לבסוף נעתרה גברת ישראלי לבקשת בעלה.
 כמה כסף חסכה משפחת ישראלי בהחלטה זו? הסבר.
 ד. האם יש שטח גינה בעבורו יגבו שלושת הקבלנים מחיר זהה? הסבר.
 ה. במרכזה של כיכר עירונית יש גינה עגולה שרדיוסה 2.5 מ'. העירייה רוצה
 לבחור בגנן שהצעת המחיר שלו היא הזולה ביותר. באיזה גנן תבחר?

16) אבי ובני שוחים בבריכה שאורכה 30 מ'. הם שוחים מתחילת הבריכה אל קצה הבריכה שמולם. בהגיעם לקצה הבריכה הם נחים מעט, ואז הם משנים את כיוון שחייתם וחוזרים לנקודת ההתחלה. אבי שוחה מהר יותר מבני. אבי ובני התחילו לשחות באותו זמן ושניהם שחו מתחילת הבריכה לסופה ובחזרה, פעם אחת. לפניך הגרף המתאים לזמן השחייה של כל שחיין את מרחקו מתחילת הבריכה, במהלך שחייה של פעם אחת מתחילת הבריכה אל סופה וחזרה.



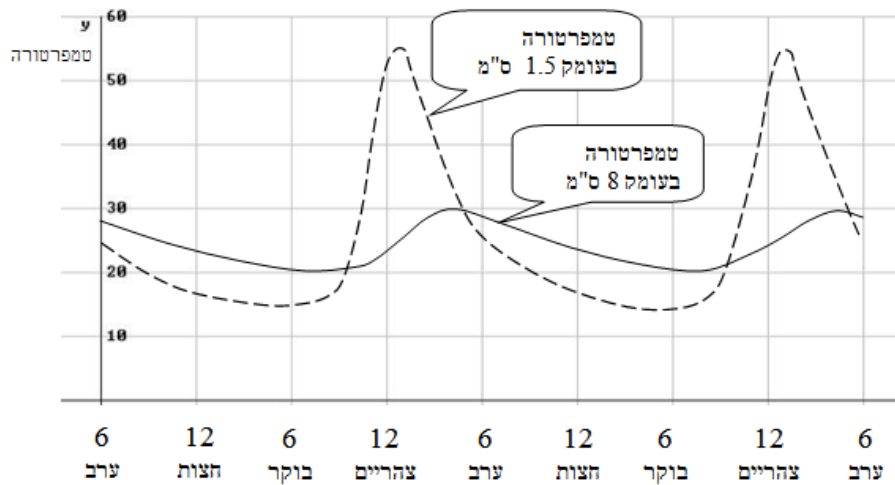
- א. התאם את הגרף המתאים לכל שחיין. הסבר.
- ב. רשום כמה זמן נח כל שחיין בקצה הבריכה.
- ג. כעבור כמה זמן, בערך, מתחילת השחייה נפגשו השחיניים?
- ד. בנקודת הפגישה האם השחיניים שחו באותו כיוון או בכיוונים מנוגדים?
- ה. הסבר.
- ו. בכמה שניות סיים אבי את שחייתו לפני בני?

- 17) מר לוי נוסע מביתו למרכז העיר ברכב פרטי, שם הוא מחנה את רכבו. במרכז העיר יש שני חניונים שמיקומם נוח במיוחד.
- בחניון א:** התעריף אינו תלוי באורך זמן החניה, והוא 12 שקלים ליום.
- בחניון ב:** התעריף הוא כמתואר בגרף המצורף.
- הגרף מתאר את הקשר בין מספר שעות החנייה לתשלום לחנייה.



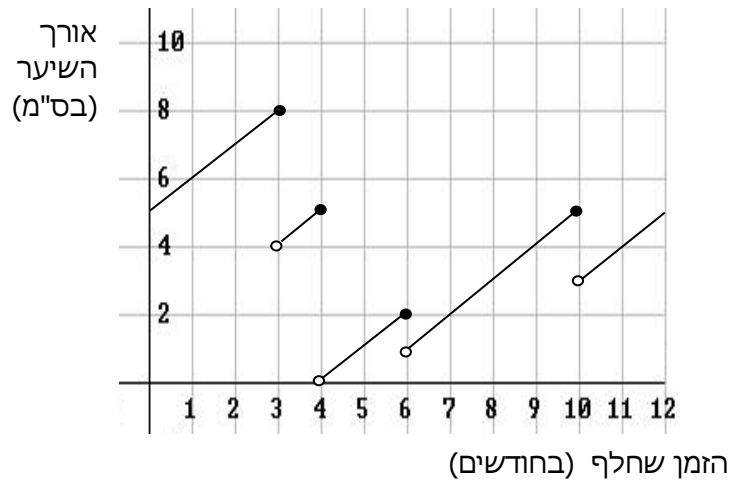
- א. ביום א החנה מר לוי את רכבו בחניון ב בשעה 7:00 בבוקר, ועזב את החניון בשעה 10:00 בבוקר. כמה שילם מר לוי באותו בוקר לחנייה?
- ב. ביום ב מר לוי ידע כי יישאר במרכז העיר 5 שעות, הוא בחר בחניון שתעריפו ל-5 שעות הוא הזול יותר. כמה ישלם מר לוי בעבור חנייה זו?
- ג. לכמה שעות לכל היותר יוכל מר לוי להחנות את מכוניתו, אם בכיסו 8 שקלים בלבד? נמק.
- ד. ביום ג החליט מר לוי להחנות את רכבו בחניון ב, כי על פי חישוביו מחיר החנייה בחניון זה יהיה בעבורו זול יותר. מה תוכל לומר על מספר השעות שבכוונתו לשהות במרכז העיר?

18) הגרפים הבאים מתארים את טמפרטורת האדמה בשני ימי קיץ בירושלים, בעומק 1.5 ס"מ, ובעומק 8 ס"מ מתחת לפני הקרקע.



- א. מהו (בערך) ההפרש בין הטמפרטורה המקסימלית לטמפרטורה המינימאלית בעומק 1.5 ס"מ?
- ב. האם הטמפרטורה בעומק 1.5 ס"מ גבוהה יותר מאשר בעומק 8 ס"מ?
- ג. בין 6 בערב ל-6 בבוקר? נמק.
- ד. באלו מהשעות הבאות הפרש הטמפרטורה בשני העומקים היה גדול?
- ה. מ- 20° ? הסבר.
 - i. 7 בבוקר
 - ii. 12 בצהריים
 - iii. 3 אחר הצהריים
- ו. האם ישנן שעות במשך היום שבהן הטמפרטורה בעומק 1.5 ס"מ שווה לטמפרטורה בעומק 8 ס"מ? אם כן, מהן בקירוב? נמק את תשובתך.

19) לפניך גרף המתאר את אורך השיער של גל בשנת 2004. ידוע כי גל לא הסתפרה בתחילת השנה הזאת ולא בסופה.

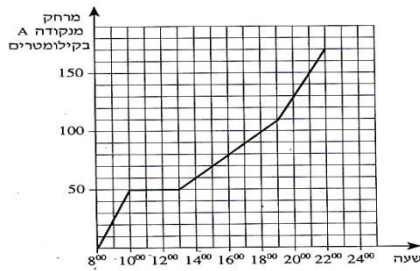


- א. כמה פעמים הסתפרה גל במשך השנה?
- ב. מהו משך הזמן הארוך ביותר בשנה זו שבו גל לא הסתפרה?
- ג. מהו אורך השיער המקסימלי שאליו הגיעה גל?
- ד. בשנת 2005 לא הסתפרה גל במשך שלושת החודשים הראשונים. קצב גידול שיערה נשאר כפי שהיה בשנת 2004. בכמה ס"מ התארך שיערה במהלך שלושת החודשים? הסבר.

תשובות סופיות:

- (1) א. 20 ק"מ. ב. 7:00 ו-15:00. ג. פעמיים. 3 שעות ושעה.
ד. 15 ק"מ. ה. 7.5 קמ"ש. ו. 35 ק"מ.
ז. 11:00-12:00.
- (2) א. גרף I ב. הקבוצה המהירה – 12 ק"מ, הקבוצה האיטית – 4 ק"מ
ג. 8:00 ד. 6 ק"מ.
- (3) א. מכל א – 32 ליטר, מכל ב – 64 ליטר
ב. מכל א – 15 דקות, מכל ב-18 דקות ג. במשך 12 דקות
ד. מכל א – 32 ליטרים יותר ה. לאחר 22 דקות.
- (4) א. במחנה הראשון – שעה, במחנה השני – 5 שעות ב. 40 ק"מ
ג. 50 קמ"ש ד. 70 קמ"ש ה. 280 ק"מ
ו. 4 שעות ז. שעתיים.
- (5) א. 220 ליטרים ב. בדקה ה- 20,22,32 ג. 380 ליטרים
ד. כמות המים קטנה ה. 60 ליטרים
ו. בין הדקה ה-4 לדקה ה-8, בין הדקה ה-14 לדקה ה-16,
בין הדקה ה-26 לדקה ה-30.
- (6) א. הגבוהה ביותר – בשעה 15:00, הנמוכה ביותר – בשעה 4:00
ב. 17°C ג. 2.5°C בשעה
ד. בין 10:00 ל-15:00 הקצב גדול יותר כי שיפוע הגרף גדול יותר
ה. בין 15:00 ל-4:00
- (7) א. יום ג ב. יום א ג. 12 נקודות
ד. יום ה ויום ב.
- (8) א. 60 ש. ב. 60 ש. ג. 0.8 ש.
ד. 3.428 ש. ה. 0.5143 ש.
- (9) א. 12 ש ב. 15 ש ג. 20%
ד. 26.67 ש
- (10) א. 700 ש ב. 30 ש ג. 20 ש ד. 26.67 ש
- (11) א. בשעה 9:30, 105 קמ"ש ב. בין 11:00 ל-12:00
ג. 90 קמ"ש ד. בין 8:00 ל-9:30 ובין 12:00 ל-13:00.

12) א.

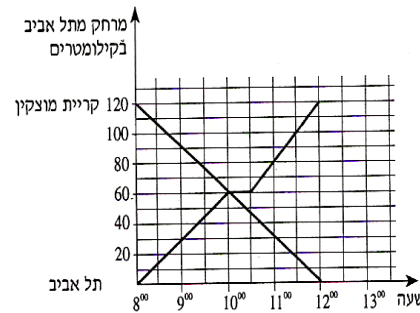


ב. בשעה 17:00 – 90 קמ"ש, בשעה 21:00 – 150 קמ"ש.

ג. 20 קמ"ש.

ב. 60 ק"מ.

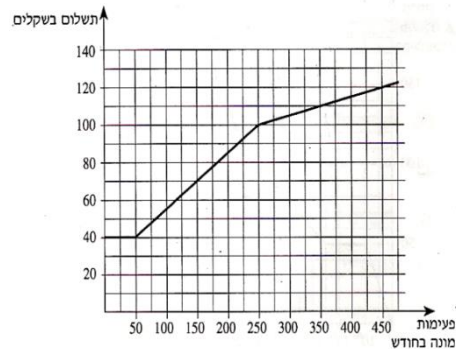
13) א.



קריית מוצקין

תל אביב

14)



15) א. 1- אורי, 2- גדליה, 3- ברוך. ב. מ"ר, 600 ש. ג. 2800 ש.

ד. לא, על פי השרטוט אין אף נקודה בה נפגשים שלושת הישרים ה. גדליה.

16) א. עקומה I (הקו המלא) מייצגת את אבי, ועקומה II (הקו המקווקו) את בני.

ב. אבי נח 10 שניות, ובני נח 20 שניות. ג. כל מספר שלם בין 32 ל- 36.

ד. כיוונים מנוגדים ה. 50 שניות.

17) א. 8 שקלים. ב. 12 שקלים. ג. 4 שעות. ד. קטן או שווה ל- 4.

18) א. 40° . ב. לא. ג. 12 בצהריים.

ד. כן. 10 בבוקר ו- 5 אחר הצהריים.

19) א. 4 פעמים. ב. 4 חודשים. ג. 8 ס"מ. ד. 3 ס"מ.

תוכן העניינים:

91	פרק 6.....
91	בעיות גידול ודעיכה.....
91	שאלות יסודיות :
91	תרגילי חישוב יסודיים :
92	תרגילים העוסקים במציאת הכמות הסופית :
92	תרגילים העוסקים במציאת הכמות ההתחלתית :
93	תרגילים העוסקים במציאת קצב הגדילה או הדעיכה :
94	תרגילים העוסקים במציאת הזמן :
94	בעיות גדילה ודעיכה שונות :
100	תשובות סופיות :
102	שאלות ממאגר משרד החינוך :
112	תשובות סופיות :

פרק 6

בעיות גידול ודעיכה

שאלות יסודיות:

תרגילי חישוב יסודיים:

(27) מצא את שיעור הגדילה / דעיכה מתוך אחוז הגדילה / דעיכה הנתון בבעיה. זכור כי הקשר בין אחוז הגדילה ושיעור הגדילה נתון ע"י: $q = \frac{100 \pm p}{100}$ כאשר:

p הוא אחוז הגדילה ו- q הוא שיעור הגדילה.
הערה: המונחים: 'שיעור הגדילה', 'קבוע הגדילה' ו-'בסיס הגדילה' הם בעלי אותה המשמעות ומסומנים ב- q .

- א. מחיר מוצר גדל ב-20% לשנה. ב. מחיר מוצר יורד ב-40% לשנה.
ג. אוכלוסיה מתרבה ב-5% לשנה. ד. מחיר דירה עולה ב-15% לשנה.
ה. כמות דבורים גדלה פי 2 כל יום. ו. מחירו של פסל גדל פי 3 כל שנה.
ז. רכב מאבד רבע מערכו בכל שנה. ח. מנייה מאבדת מחצית מערכה כל חודש.

(28) מצא את אחוזי הגדילה/דעיכה מתוך הבסיסים הבאים:
א. $q = 1.2$ ב. $q = 1.6$ ג. $q = 0.85$ ד. $q = 0.72$

(29) חשב את ערכי הביטויים הבאים:
א. $48 \cdot 1.02^6 =$ ב. $60 \cdot 1.05^{10} =$ ג. $5 \cdot 1.13^8 =$

(30) מצא את M_0 :
א. $107.2 = M_0 \cdot 1.05^6$ ב. $70.8 = M_0 \cdot 1.12^4$ ג. $2213.68 = M_0 \cdot 1.4^8$

(31) מצא את q :
א. $25 = 10 \cdot q^6$ ב. $512.36 = 6 \cdot 10^7 \cdot q^{40}$ ג. $10^3 = 2.4 \cdot 10^6 \cdot q^{25}$
ד. $9.35 = 7 \cdot q^{10.5}$ ה. $6.42 \cdot 10^4 = 10^7 \cdot q^{\frac{3}{3}}$ ו. $13.25 = 9.2 \cdot q^{12.3}$

(32) מצא את t :

א. $10 \cdot 1.05^t = 70$ ב. $62 \cdot 0.8^t = 39.68$ ג. $10 \cdot 1.05^t = 70$

תרגילים העוסקים במציאת הכמות הסופית:

(33) אדם הפקיד סכום של 60,000 ₪ בריבית שנתית קבועה. אחוז הריבית השנתית הוא 8%.

- א. מהו הסכום בחסכון כעבור שנה אחת?
 ב. מהו הסכום בחסכון כעבור 5 שנים?

(34) אוכלוסיית חיידקים מתרבה בכל דקה פי 2. בשעה 10:30 בדקו במעבדה מדגם ובו 50 חיידקים.

- א. כמה חיידקים יהיו כעבור דקה אחת?
 ב. כמה חיידקים יהיו כעבור שתי דקות?
 ג. כמה חיידקים יהיו בשעה 10:50?

(35) כמות של חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית בכל שבוע ב-2.8%. במעבדה נשקלה כמות של 2000 גרם של החומר.

- א. מה תהיה כמות החומר כעבור שבועיים?
 ב. מה תהיה כמות החומר כעבור שלושה חודשים?
 ג. האם תישאר כמות מסוימת מהחומר כעבור שנה?

תרגילים העוסקים במציאת הכמות ההתחלתית:

(36) מחירו של מוצר לאחר 3 שנים הוא 250 ₪. ערך המוצר יורד ב-25% מדי שנה. מה היה מחירו ההתחלתי?

(37) שרון רצה בכל יום מרחק הגדול ב-10% מאשר ביום הקודם. ידוע כי שרון רצה ביום השישי מרחק של 2.5 ק"מ. כמה ק"מ רצה שרון ביום הראשון?

(38) אדם קנה מכונית משומשת ב-95,000 ₪. ערכה של המכונית יורד בכל שנה ב-6.2%.

- א. מה יהיה ערכה של המכונית בעוד שנה?
 ב. מה יהיה ערכה של המכונית בעוד 4.5 שנים?
 ג. מה היה ערכה של המכונית שנתיים לפני הקנייה?

39 אוכלוסייה במדינה מסוימת מתרבה בצורה מעריכית ב- 3.1% בשנה. כיום יש במדינה זו 528,000 תושבים.

- א. כמה תושבים יהיו במדינה זו בעוד 3 שנים?
ב. כמה תושבים היו במדינה זו לפני 4 שנים?

40 כמות אצות באגם מתרבה בצורה מעריכית. כל שנה גדלה הכמות פי 4 מאשר בשנה שקדמה לה. כיום יש באגם $2 \cdot 10^5$ ק"ג אצות.

- א. מה תהיה כמות האצות בעוד שנתיים?
ב. מה הייתה כמות האצות לפני שנה?
ג. מה תהיה כמות האצות בעוד שנתיים ושלושה חודשים?

תרגילים העוסקים במציאת קצב הגדילה או הדעיכה:

41 מספר התושבים במדינה מסוימת גדל בשיעור קבוע. במשך 10 שנים גדלה האוכלוסייה במדינה מ-5.4 מיליון תושבים ל-7.2 מיליון תושבים.

- א. מה היה קצב הריבוי בכל שנה?
ב. אם קצב הגידול של האוכלוסייה יישמר, מה יהיה מספר התושבים כעבור 10 שנים נוספות?

42 בגן חיות ספרו את מספר התוכים. בספירה ראשונה נספרו 1200 תוכים. בספירה השנייה, כעבור 6 חודשים נספרו 1450 תוכים.

- א. מה היה קצב הגידול החודשי של התוכים?
ב. מה יהיה מספרם של התוכים כעבור שנה וחצי מהספירה הראשונה?

43 כמות העצים ביער גדלה בצורה מעריכית. אם כמות העצים ביער בשנת 1950 הייתה $5 \cdot 10^4$ טון עצים ובשנת 1990 הייתה 10^7 טון עצים, מה היה אחוז הגידול השנתי (בהנחה שהגידול היה קבוע)?

44 כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית. החומר נשקל שלוש פעמים ביום מסוים. בשעה 7:00 בבוקר היה משקל החומר 120 ק"ג. בשעה 10:30 בבוקר היה משקל החומר 95 ק"ג.

- א. מהו קצב התפרקות החומר הרדיואקטיבי לחצי שעה?
ב. מה תהיה כמות החומר בשעה 15:00 אחר הצהריים?

45) מכונית מאבדת $\frac{5}{8}$ מערכה במשך 10 שנים.

- א. מהו קצב ירידת הערך של המכונית בכל שנה?
 ב. איזה אחוז מערכה תאבד המכונית כעבור 15 שנה?

46) מספר התושבים במדינה מסוימת גדל פי 3.5 ב-40 שנים.

- א. מצא מהו אחוז הריבוי השנתי.
 ב. מצא פי כמה יגדל מספר התושבים כעבור 58 שנים?

תרגילים העוסקים במציאת הזמן:

47) אדם הפקיד בבנק סכום של 8000 ₪ בריבית שנתית של 10%.
 לאחר כמה שנים חסך האדם סכום של 12,844 ₪?

48) אוכלוסיה במדינה מסוימת מתרבה ב-1.8% לשנה. אם בזמן מסוים היו
 במדינה 6.3 מיליון תושבים.
 מצא כעבור כמה שנים יהיו בה 6.65 מיליון תושבים.

49) כמות העצים ביער גדלה בצורה מעריכית ב-14.6% לשנה. אם כיום יש ביער
 50000 טון עץ, מצא בעוד כמה שנים תגדל הכמות ל-86240 טון עץ.

50) ערכה של מכונית יורד בכל שנה באחוז קבוע של 7.8%.
 חשב לאחר כמה שנים תאבד 44% מערכה בזמן הקנייה.

51) אחוז הריבוי הטבעי במדינה מסוימת הוא כזה שמספר התושבים גדל בה פי 4 ב-60 שנה.
 א. חשב את קצב הגידול השנתי של האוכלוסייה.
 ב. בעוד כמה שנים תגדל האוכלוסייה פי 7.5?

בעיות גדילה ודעיכה שונות:

52) חברה שנסחרת בבורסה הגדילה את רווחיה מ-25 מיליון ל-60.8 מיליון במשך
 שמונה שנים.

- א. כעבור כמה שנים תגיע לרווח של 145 מיליון ש"ח?
 ב. מה היו רווחיה של החברה כעבור 10 שנים ו-4 חודשים מתחילת
 יציאתה למסחר בבורסה (כאשר רווחיה היו 25 מיליון)?

53) האוכלוסייה במדינת ישראל בסוף שנת 1980 מנתה 4.3 מיליון נפשות. בסוף שנת 2001 היה גודל האוכלוסייה 6.5 מיליון אנשים. בהנחה שאחוז הריבוי נשאר קבוע, כעבור כמה שנים תגדל האוכלוסייה ל-7.2 מיליון אנשים?

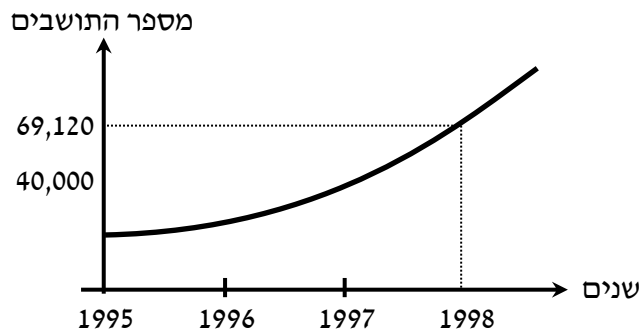
54) ערך מכונית א היום הוא 80,000 ₪.
ערך מכונית ב היום הוא 65,000 ₪.
מחירה של מכונית א יורד מדי שנה ב-15%, ואילו מחירה של מכונית ב יורד מדי שנה ב-10%.

א. השלימו את הטבלה הבאה:

מכונית	ערך התחלתי	כעבור שנה	כעבור שנתיים	כעבור 3 שנים
א				
ב				
הפרש המחירים				

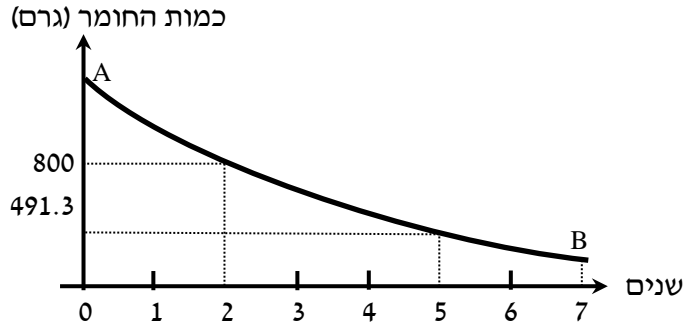
- ב. מה קורה להפרש המחירים בין שתי המכוניות במשך השנים?
ג. מה יהיה מחירה של מכונית בעוד 4 שנים?
ד. כעבור כמה שנים יהיה מחירה של מכונית א 41,760.5 ₪?

55) האוכלוסייה בעיר מסוימת גדלה באופן מעריכי. הגרף שלפניכם מתאר את גידול האוכלוסייה בין תחילת שנת 1995 לבין תחילת שנת 1998.



- א. מה היה מספר התושבים בעיר בתחילת שנת 1995 ובתחילת שנת 1998?
ב. בכמה אחוזים גדלה אוכלוסיית העיר מדי שנה?
ג. בהנחה שקצב הגידול יישאר ללא שינוי, מה תהיה אוכלוסיית העיר בתחילת שנת 2000?
ד. בהנחה שקצב הגידול נשאר ללא שינוי, מה הייתה אוכלוסיית העיר בתחילת שנת 1990?

56) כמות חומר רדיואקטיבי מסוים קטנה מידי שנה באופן מעריכי. הגרף הבא מתאר את תוצאות מדידת משקל החומר הרדיואקטיבי במשך 7 שנים. בהסתמך על הנתונים בגרף ענו על השאלות הבאות:



א. ענה על השאלות הבאות:

- i. מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי בשנה השנייה?
- ii. מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי בשנה החמישית?
- ב. בכמה אחוזים יורד משקל החומר במשך שנה אחת?
- ג. מצאו את שיעורי הנקודה A. מהי משמעות הנקודה?
- ד. מצאו את שיעורי הנקודה B. מהי משמעות הנקודה?
- ה. כעבור כמה שנים שלמות מהמדידה ההתחלתית ירד משקל החומר, בפעם הראשונה, מתחת למחצית ממשקלו ההתחלתי?

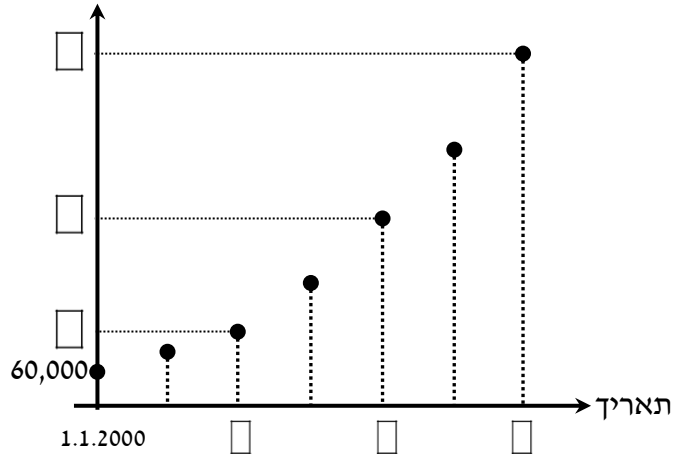
57) קופת גמל "הכספת" פרסמה דו"ח לפיו בשנים 2000-2006 כל עמיתי הקופה הרוויחו בכל שנה 8%.

בתאריך 1.1.2000 השקיע מר לוי בקופת הגמל "הכספת" 60,000 ₪.

א. מהו סכום החיסכון שהיה למר לוי בקופה הנ"ל ב-1.1.2004?

ב. לפניכם גרף שמתאר את סכום החיסכון של מר לוי בקופת גמל זו, בהפרשים של שנה אחת. השלימו את כל המשבצות הריקות בגרף:

סכום מצטבר (בשקלים)



ג. ב-1.1.2006 משך מר לוי את כל הסכום שהצטבר בקופת הגמל. מהו סכום המשיכה?

ד. ב-1.1.2000 השקיע מר כהן 60,000 ₪ (סכום הזהה לסכום ההשקעה של מר לוי) בתכנית חיסכון "השקעה בטוחה". בתכנית זו מרוויחים

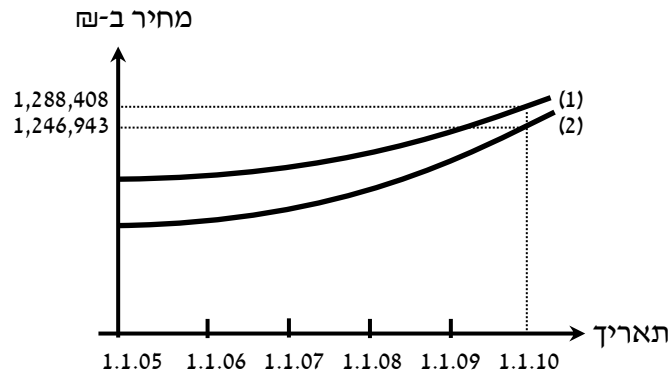
56% על כל הסכום בתום 6 שנות חסכון. מי מבין השניים (מר לוי או מר כהן) הרוויח יותר בתום 6 השנים? נמקו.

58) מחירי דירות בישובים א ו- ב עלו בין השנים 2005-2010 באחוז קבוע מדי שנה. אחוז זה שונה בשני היישובים.

המחיר של דירה מסוימת בישוב א בתאריך 1.1.2005 היה 800,000 ₪.

המחיר של דירה מסוימת בישוב ב בתאריך 1.1.2005 היה 740,000 ₪.

הגרפים שבעמוד הבא מתארים את מחירי הדירות האלו במשך 5 שנים.



א. התאימו לכל אחד מהישובים א ו- ב את אחד מהגרפים (1) או (2) שבסרטוט. נמקו את בחירתכם.

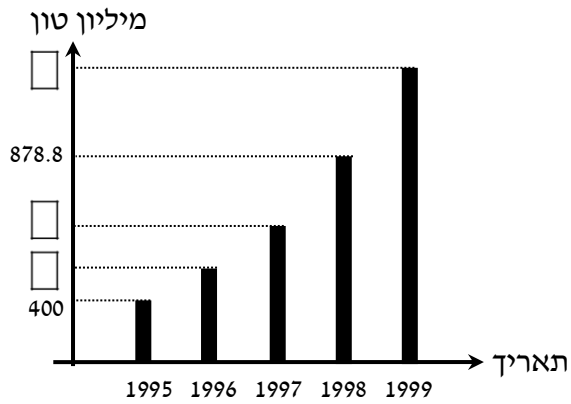
ב. על-פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה בישוב א, בכל שנה.

ג. על-פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה בישוב ב, בכל שנה.

ד. ענה על השאלות הבאות:

- i. מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.05?
- ii. מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.08?
- iii. מה קורה להפרש בין מחירי הדירות במשך השנים? (בחרו את התשובה הנכונה): ההפרש גדל / ההפרש נשאר קבוע / ההפרש קטן.

59 הפקת נפט במדינה מסוימת גְדֵלָה בכל שנה באופן מעריכי. הדיאגרמה הבאה מתארת את כמות הנפט המופק במדינה זו בשנים 1995-1999.



ענו על השאלות הבאות, באמצעות הנתונים בדיאגרמה:

- בכמה אחוזים גְדֵלָה הפקת הנפט בשנה אחת?
- השלימו את הנתונים החסרים בדיאגרמה (המשבצות הריקות).
- מהי כמות הנפט הממוצעת לשנה שהופקה במדינה הנ"ל משנת 1995 עד שנת 1999?

תשובות סופיות:

1.2 א.	0.6 ב.	1.05 ג.	1.15 ד.	(1
2 ה.	3 ו.	0.75 ז.	0.5 ח.	
20% א. גדילה.	60% ב. גדילה.	15% ג. דעיכה		(2
28% ד. דעיכה.				
54.05 א.	97.73 ב.	13.29 ג.		(3
80 א.	45 ב.	150 ג.		(4
1.165 א.	0.7469 ב.	0.732 ג.	1.028 ד.	(5
0.22 ה.	1.03 ו.			
39.88 א.	2 ב.	33.01 ג.		(6
64,800 א. ₪	88,159.6 ב. ₪			(7
100 א.	200 ב.	52,428,800 ג.		(8
1889.56 א. ג'.	1422.4 ב. ג'.	511.7 ג. כן. ג'.		(9
592.6 א. ₪				(10
1.41 א. ק"מ.				(11
89110 א.	71,225.6 ב. ₪.	107,973.6 ג. ₪.		(12
578,642 א. תושבים	467,304 ב. תושבים			(13
3,200,000 א. ק"ג.	50,000 ב. ק"ג.	4,525,483.4 ג. ק"ג.		(14
1.029 א.	9.6 ב. מיליון תושבים.			(15
1.032 א.	2117 ב.			(16
14.16% א.				(17
0.9671 א.	70.35 ב. גרם.			(18
0.90657 א.	77.1% ב.			(19
3.18% א.	6.15 ב.	5 שנים. (21	3 שנים. (22	(20
4 שנים. (23	5 שנים. (24	1.023 א. (25	87.2 ב. שנים.	(23
15.82 א. לאחר שנים.	78.79 ב. מיליון ₪.			(26
26.2 א. שנים.				(27

28 א.

מכונת	ערך התחלתי	כעבור שנה	כעבור שנתיים	כעבור 3 שנים
א	80,000	68,000	57,800	49,130
ב	65,000	58,500	52,650	47,385
הפרש המהירים	15,000	9,500	5,150	1,745

ב. יורד. ג. 42,646.5 ₪. ד. 4 שנים.

29 א. בשנת 1995 – 40,000 תושבים.

30 ב. בשנת 1998 – 69,120 תושבים. ב. ב-20%.

ג. 99,533 תושבים. ד. 16,075 תושבים.

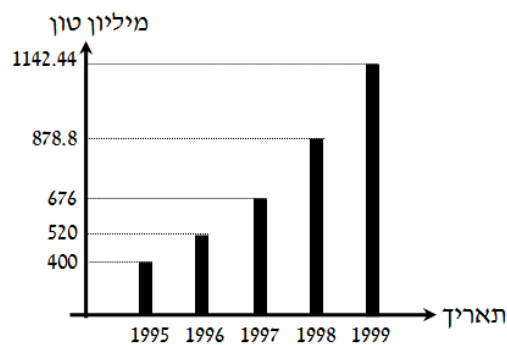
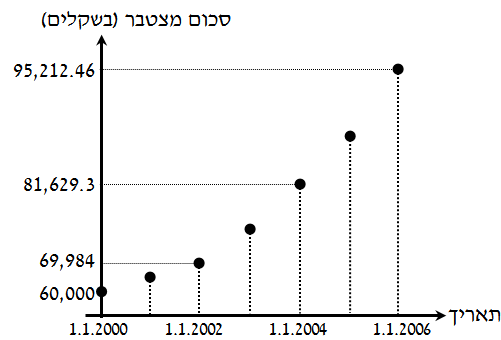
31 א. 81,629.3 ב. איור למטה. ג. 95,212.46 ₪. ד. מר לוי.

32 א. (1) דירה ביישוב א'. (2) דירה ביישוב ב'.

ב. 10% ג. 11% ד. i. 60,000 ₪. ii. 52,753 ₪.

iii. קטן.

33 א. ב-30%. ב. איורים למטה. ג. 723.448 מיליון טון.



שאלות ממאגר משרד החינוך:

- (1) יש ברשותי מכונית בדיוק 3 שנים. מחירה היום הוא 50,000 שקלים. המחיר של מכונית משומשת יורד כל שנה ב-10%.
א. מה הסכום ששילמתי עבור המכונית?
ב. אם אמכור את המכונית בעוד שלוש שנים, מה יהיה מחירה של המכונית אז?
- (2) חלקת יער הכילה לפני 20 שנים 30,000 טונות של עץ. היום יש בחלקת היער 40,000 טונות של עץ. כמות העץ ביער גדלה בכל שנה באופן מעריכי.
א. בכמה אחוזים גדלה כמות העץ מידי שנה?
ב. מה תהיה כמות העץ ביער בעוד 20 שנים?
- (3) בבנק מסוים מציעים תוכנית חיסכון:
תוכנית א' נותנת ריבית שנתית של 6% (אפשר להשקיע בתוכנית זו רק ביחידות של שנה שלמה).
תוכנית ב' נותנת ריבית דו שנתית של 12% (אפשר להשקיע בתוכנית זו רק ביחידות של שנתיים שלמות).
א. באיזו תוכנית כדאי לבחור אם רוצים להשקיע את הכסף ל-4 שנים?
ב. הבנק שינה את תנאי החיסכון ומאפשר בחלק מתקופת החיסכון לחסוך בתוכנית א' (ביחידות של שנה שלמה) ובחלק מתקופת החיסכון לחסוך בתוכנית ב' (ביחידות של שנתיים שלמות). אדם רוצה להשקיע את כספו לתקופה של 21 שנים. כיצד כדאי לאדם להשקיע את כספו, כדי לקבל רווח מרבי. בתשובתך הסתמך על התוצאה שקיבלת בסעיף א'.
- (4) ברשותי סכום של 200,000 ₪. מציעים לי שתי תכניות חיסכון:
תוכנית אחת ל-5 שנים שבסופן אקבל את הקרן עם 50% רווח מסכום הקרן.
תוכנית שנייה ל-6 שנים בסופן אקבל את הקרן עם 60% רווח מסכום הקרן.
בשתי התכניות יש ריבית שנתית קבועה. באיזו תוכנית יש ריבית שנתית גבוהה יותר?
- (5) אוכלוסייה במדינה מסוימת גדלה בכל שנה ב-1.2%. ב-1.1.2000 נערך מפקד אוכלוסין, והתברר כי מספר תושבי המדינה הוא 21.3 מיליון.
א. מה יהיה גודל האוכלוסייה בתאריך 1.1.2020?
ב. מה היה גודל האוכלוסייה בתאריך 1.1.1990?

- 6) במדינה מסוימת הערך של מכונית יורד בכל חצי שנה ב- 2.5%. מחיר מכונית חדשה הוא 180,000 שקלים. ענו על הסעיפים הבאים: (בתשובותכם עגלו את התוצאה לאלפי שקלים).
- מהו מחיר המכונית לאחר שנה?
 - מהו מחיר המכונית לאחר 3.5 שנים?
 - מהו מחיר המכונית לאחר 5 שנים?
- 7) משקלו של חומר רדיואקטיבי מסוים הוא 100 גר'. משקל החומר יורד בכל 10 שנים ב- 20.63%. כמה עשרות שנים יחלפו עד שמשקלו ירד למחצית ממשקלו המקורי?
- 8) כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בכל שלוש שעות באחוז קבוע. מדען שקל את החומר הרדיואקטיבי כל שלוש שעות באותו יום. בשעה 6:00 בבוקר היה משקל החומר 50 גרם. בשעה 9:00 בבוקר היה משקל החומר 40 גרם.
- בשקילה נוספת באותו יום היה משקל החומר 25.6 גרם. באיזו שעה נערכה השקילה הנוספת?
 - באיזו שעה היה משקל החומר 64% ממה שהיה משקלו בשעה 6:00 בבוקר?
- 9) כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בכל שעה באחוז קבוע. מדען שקל את החומר הרדיואקטיבי שלוש פעמים באותו יום, ואלה התוצאות שקיבל:
- בשעה 6:00 בבוקר היה משקל החומר 50 גרם.
 - בשעה 9:00 בבוקר היה משקל החומר 40 גרם.
 - בשעה 16:00 אחר הצהריים שקל את החומר בפעם השלישית.
- בכמה אחוזים קטן משקל החומר בכל שעה?
 - מה משקל החומר הרדיואקטיבי בשקילה השלישית?
- 10) בשמורת טבע סופרים את מספר העופות הדורסים מדי שנתיים באותו תאריך, כדי לעקוב אחר גודל אוכלוסייתם. בספירה ראשונה נספרו 1,093 עופות. בספירה שנייה שנערכה כעבור שנתיים נספרו 1,507 עופות. אוכלוסיית העופות הדורסים גדלה באופן מעריכי.
- מהו אחוז הגדילה של מספר עופות דורסים בשמורת הטבע בשנתיים?
 - כעבור כמה שנים מהספירה הראשונה יהיו בשמורה 3,950 עופות דורסים?

11) אוכלוסיית תושבים בעיר מסוימת מתרבה בכל שנה באחוז קבוע של 2.4% לשנה. בזמן מסוים היו בעיר 499,400 תושבים.

- א. כעבור כמה שנים יהיו בעיר 549,100 תושבים?
- ב. מה יהיה גודל האוכלוסייה בעיר כעבור 7 שנים? בתשובתכם עגלו את התוצאה למאות שלמות.

12) במעבדה ביולוגית מתבצע ניסוי של תרופה חדשה. בתחילת הניסוי היו 80,000,000 (80 מיליון) חיידקים בתרבית מסוימת. כאשר מוסיפים את התרופה החדשה לתרבית, קטן מספר החיידקים בתרבית פי שתיים בכל שלוש שעות.

- א. כמה חיידקים נותרו בתרבית שלוש שעות לאחר הוספת התרופה?
- ב. כמה חיידקים נותרו בתרבית תשע שעות לאחר הוספת התרופה?
- ג. כעבור כמה שעות מתחילת הניסוי יישארו בתרבית 5,000,000 חיידקים?
- ד. הוחלט כי הניסוי יימשך עד שבתרבית יישארו פחות מ- 400,000 חיידקים.
 - i. כמה חיידקים נותרו בתרבית כעבור 24 שעות?
 - ii. האם הניסוי יסתיים כעבור 24 שעות? נמקו.

13) תחושת כאב בגרון נגרמת על-ידי הימצאותם של כ- 10^9 (מיליארד = אלף מיליון) חיידקי סטרפטוקוקוס. כאשר לוקחים אנטיביוטיקה בכל יום, מספר החיידקים קטן לרבע מהכמות שלהם בתחילת אותו יום.

- א. כמה חיידקי סטרפטוקוקוס נותרו אחרי יומיים של לקיחת אנטיביוטיקה?
- ב. כעבור כמה ימים יהיו בגרון כ- 15,625,000 חיידקי סטרפטוקוקוס?
- ג. כאשר נשארים כ- 950,000 חיידקי סטרפטוקוקוס, יש תחושת הקלה בכאב הגרון.
 - i. האם כעבור 5 ימים של לקיחת האנטיביוטיקה תהיה תחושת הקלה?
 - ii. האם כעבור 6 ימים של לקיחת האנטיביוטיקה תהיה תחושת הקלה?

14 להכנת עוגת שמרים משתמשים בבצק שעובר תהליך התפחה. נפח הבצק בהתחלה היה 1,500 סמ"ק. בודקים את נפח הבצק בכל חצי שעה. ידוע כי הבצק מכפיל את נפחו כעבור שעתיים.

- א. בכמה אחוזים גדל נפח הבצק בכל חצי שעה של התפחה?
- ב. מהו נפח הבצק לאחר שעה של התפחה? עגלו את התוצאה ליחידות שלמות.
- ג. הבצק מוכן לאחר שעתיים וחצי של התפחה. מהו נפח הבצק המוכן? עגלו את התוצאה ליחידות שלמות.

15 הטמפרטורה של חומר מסוים קטנה בכל דקה באופן מעריכי, כאשר מכניסים אותו לקירור בסביבה של 0°C . חומר שהטמפרטורה שלו הייתה 100°C התקרר בסביבה זו ל- 70°C תוך 5 דקות.

- א. פי כמה קטנה הטמפרטורה של החומר בכל דקה?
- ב. מהי הטמפרטורה של החומר דקה אחת אחרי שהוכנס לקירור?
- ג. מה הטמפרטורה של החומר 10 דקות אחרי שהוכנס לקירור?
- ד. החומר יוצא מהקירור כשהטמפרטורה שלו מגיעה ל- 20°C . בחרו את התשובה הנכונה, ונמקו:
 - i. החומר יוצא מהקירור כעבור 25 דקות בדיוק.
 - ii. החומר יוצא מהקירור כעבור פחות מ- 25 דקות.
 - iii. החומר יוצא מהקירור לאחר יותר מ- 25 דקות.

16 סיגל בישלה ריבת שזיפים. כאשר טמפרטורת הריבה הייתה 90°C , היא הכניסה אותה למקרר, שבו הטמפרטורה היא 0°C מעלות צלסיוס. הטמפרטורה של הריבה קטנה בכל דקה באופן מעריכי. 10 דקות אחרי תחילת הקירור הייתה טמפרטורת הריבה 70°C .

- א. בכמה אחוזים יורדת הטמפרטורה של הריבה בדקה אחת?
- ב. מהי טמפרטורת הריבה רבע שעה (15 דקות) אחרי תחילת תהליך הקירור?
- ג. מהי טמפרטורת הריבה שעה אחת אחרי תחילת תהליך הקירור?

17 ערך הקרקע באזור מסוים בארץ עלה באחוז קבוע בכל שנה, החל מינואר 2005. מחיר הקרקע בינואר 2005 היה 100,000 ₪. בינואר 2008 הגיע מחיר הקרקע ל- 120,000 ₪.

- א. בכמה אחוזים גדל מחיר הקרקע מינואר 2005 עד ינואר 2006?
- ב. אם מחיר הקרקע ימשיך לעלות באותו קצב, תוך כמה שנים מינואר 2005 יגיע מחיר הקרקע ל- 127,540 ₪?

18 לפי הסכם עבודה שנחתם עם העובדים במפעל מסוים, הם יקבלו תוספת לשכר של אחוז קבוע מדי שנה.

- א. משכורתו של דותן ביום חתימת ההסכם הייתה 10,000 ₪ לחודש. שנתיים אחרי כן הייתה משכורתו של דותן 11,025 ₪. בכמה אחוזים גדלה משכורתו של דותן בכל שנה?
- ב. משכורתו של שגיב ביום חתימת ההסכם הייתה 7,000 ₪ לחודש. משכורתו של שגיב גדלה בכל שנה ב- 7%.
- i. מה תהיה משכורתו של שגיב כעבור שנתיים?
- ii. כעבור כמה שנים תהיה משכורתו של שגיב 9,175.57 ₪?
- ג. האם כעבור 10 שנים תהיה המשכורת של דותן עדיין גבוהה ממשכורתו של שגיב? נמקו.

19 ערך מכונית א היום הוא 150,000 ₪. ערך מכונית ב היום הוא 110,000 ₪. מחירה של מכונית א יורד מדי שנה ב- 10%, ואילו מחירה של מכונית ב יורד מדי שנה ב- 8%.

א. השלימו את הטבלה:

מכונית	ערך התחלתי	כעבור שנה	כעבור שנתיים	כעבור 3 שנים
א				
ב				
הפרש המחירים				

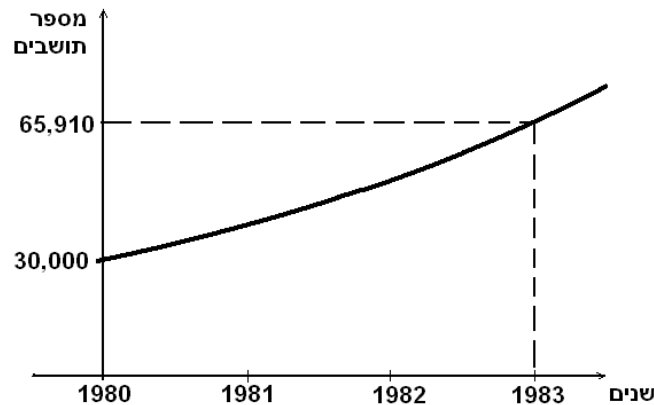
- ב. מה קורה להפרש המחירים בין שתי המכוניות, במשך השנים? (בחרו את התשובה הנכונה):
1. ההפרש גדל 2. ההפרש נשאר קבוע 3. ההפרש קטן.
- ג. מה יהיה מחירה של מכונית ב בעוד 4 שנים?
- ד. כעבור כמה שנים יהיה מחירה של מכונית א 98,415 ₪?

20 ב- 1.1.2000 היו בקופת גמל של עובד 250,000 ₪. במשך 8 השנים הבאות הניבה קופת הגמל של העובד אחוז רווח קבוע מדי שנה. ב- 1.1.2008 היו בחשבונו של העובד 398,462 ₪.

- א. בכמה אחוזים גדל סכום החיסכון של העובד בשנה אחת?
- ב. מה היה סכום החיסכון של העובד בקופת הגמל ב- 1.1.2005?
- ג. כעבור כמה שנים היו בקופת הגמל 297,754 ₪?

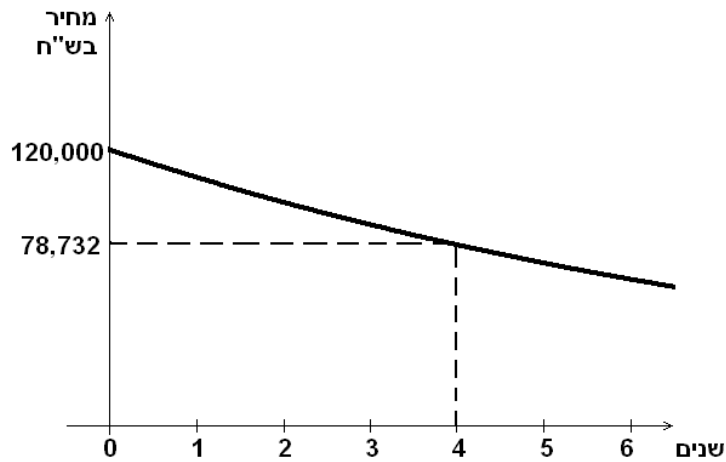
- 21** דורון לקח הלוואה בבנק בסך 200,000 ₪. הוא הקטין את חובו לבנק ב- 10% בכל שנה.
- א. מה היה חובו של דורון לבנק בסוף השנתיים הראשונות?
 ב. מה היה חובו של דורון בתום 10 השנים הראשונות?
 ג. שתיים-עשרה שנים אחרי שלקח את הלוואה, קיבל דורון 50,000 ₪ מקרן השתלמות. האם הסכום יספיק כדי להחזיר את שארית החוב שלו לבנק? נמקו.

- 22** האוכלוסייה בעיר מסוימת גדלה באופן מעריכי. הגרף שלפניכם מתאר את גידול האוכלוסייה בין תחילת שנת 1980 לבין תחילת שנת 1983.



- א. מה היה מספר התושבים בעיר בתחילת שנת 1980 ובתחילת שנת 1983?
 ב. בכמה אחוזים גדלה אוכלוסיית העיר מדי שנה?
 ג. בהנחה שקצב הגידול יישאר ללא שינוי, מה תהיה אוכלוסיית העיר בתחילת שנת 1985?
 ד. בהנחה שקצב הגידול נשאר ללא שינוי, מה הייתה אוכלוסיית העיר בתחילת שנת 1978?

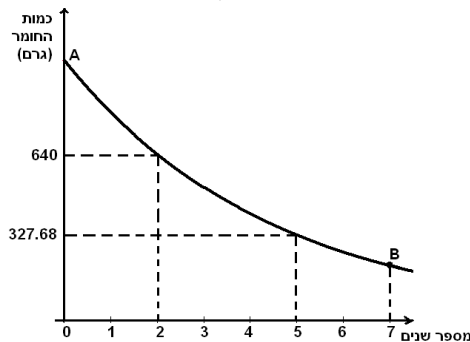
23) מחיר מכונית יורד מדי שנה באופן מעריכי. הגרף הבא מתאר את ירידת ערך המכונית במשך 6 שנים לאחר הקנייה.



א. ענה על השאלות הבאות:

- i. מה היה המחיר ההתחלתי של המכונית?
 - ii. מה היה מחיר המכונית כעבור 4 שנים?
- ב. בכמה אחוזים ירד המחיר של המכונית במשך שנה אחת?
- ג. 6 שנים לאחר הקנייה המכונית נמכרה. מה היה מחיר המכירה של המכונית? (עגלו את תשובתכם לשקלים שלמים).

24) כמות חומר רדיואקטיבי מסוים קטנה מידי שנה באופן מעריכי. הגרף הבא מתאר את תוצאות מדידת משקל החומר הרדיואקטיבי במשך 7 שנים.



בהסתמך על הנתונים בגרף ענו על השאלות הבאות:

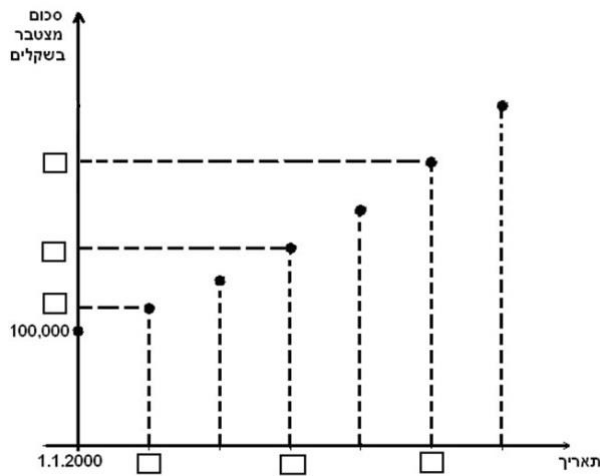
א. ענה על השאלות הבאות:

- i. מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי בשנה השנייה?
 - ii. מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי בשנה החמישית?
- ב. בכמה אחוזים יורד משקל החומר במשך שנה אחת?
- ג. מצאו את שיעורי הנקודה A. מהי משמעות הנקודה?
- ד. מצאו את שיעורי הנקודה B. מהי משמעות הנקודה?

ה. כעבור כמה שנים שלמות מהמדידה ההתחלתית ירד משקל החומר, בפעם הראשונה, מתחת למחצית ממשקלו ההתחלתי?

25) קופת גמל "הכספת" פרסמה דו"ח לפיו בשנים 2000-2006 כל עמיתי הקופה הרוויחו בכל שנה 6%. בתאריך 1.1.2000 השקיע מר לוי בקופת הגמל "הכספת" 100,000 ₪.

- א. מהו סכום החיסכון שהיה למר לוי בקופה הנ"ל ב- 1.1.2004?
 ב. לפניכם גרף שמתאר את סכום החיסכון של מר לוי בקופת גמל זו, בהפרשים של שנה אחת. השלימו את כל המשבצות הריקות בגרף:

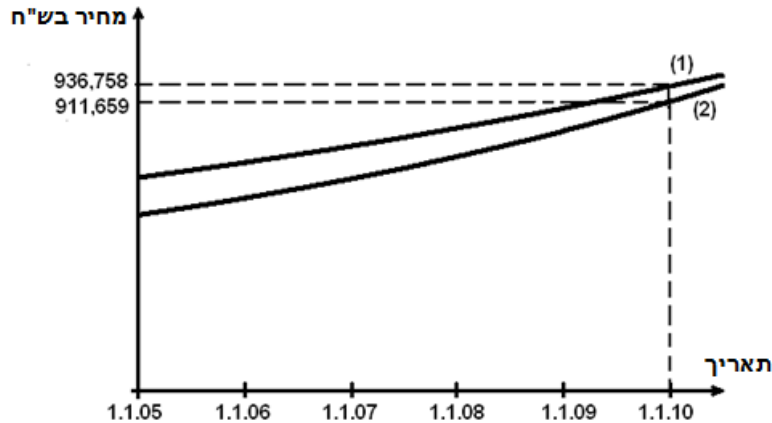


ג. ב- 1.1.2006 משך מר לוי את כל הסכום שהצטבר בקופת הגמל. מהו סכום המשיכה?

ד. ב- 1.1.2000 השקיע מר כהן 100,000 ₪ (סכום הזהה לסכום ההשקעה של מר לוי) בתכנית חסכון "השקעה בטוחה". בתכנית זו מרוויחים 36% על כל הסכום בתום 6 שנות חסכון. מי מבין השניים (מר לוי או מר כהן) הרוויח יותר בתום 6 השנים? נמקו.

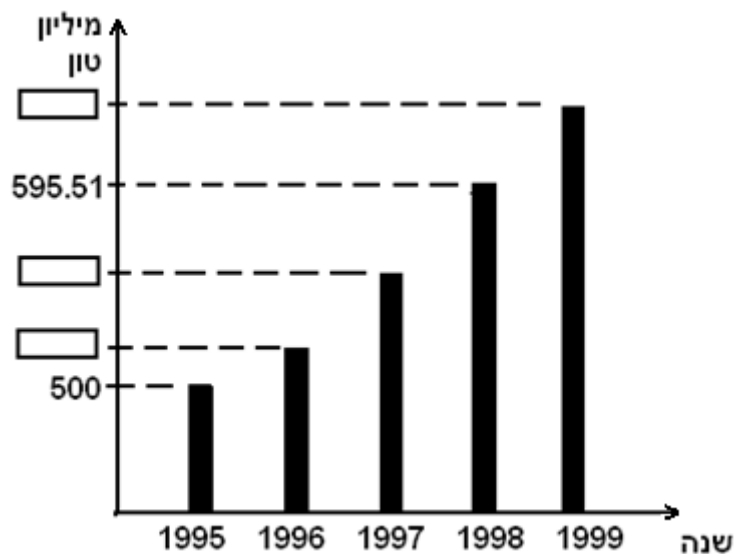
26) מחירי דירות בישובים א ו- ב עלו בין השנים 2005-2010 באחוז קבוע מדי שנה. אחוז זה שונה בשני היישובים.

המחיר של דירה מסוימת בישוב א בתאריך 1.1.2005 היה 700,000 ₪.
המחיר של דירה מסוימת בישוב ב בתאריך 1.1.2005 היה 650,000 ₪.
הגרפים הבאים מתארים את מחירי הדירות האלו במשך 5 שנים.



- א. התאימו לכל אחד מהישובים א ו- ב את אחד מהגרפים (1) או (2) שבסרטוט. נמקו את בחירתכם.
- ב. על-פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה בישוב א, בכל שנה.
- ג. על-פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה בישוב ב, בכל שנה.
- ד. ענה על השאלות הבאות:
- i. מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.05?
 - ii. מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.08?
 - iii. מה קורה להפרש בין מחירי הדירות במשך השנים? (בחרו את התשובה הנכונה): ההפרש גדל / ההפרש נשאר קבוע / ההפרש קטן.

27) הפקת נפט במדינה מסוימת גדלה בכל שנה באופן מעריכי. הדיאגרמה הבאה מתארת את כמות הנפט המופק במדינה זו בשנים 1995-1999.



ענו על השאלות הבאות, באמצעות הנתונים בדיאגרמה:

- בכמה אחוזים גדלה הפקת הנפט בשנה אחת?
- השלימו את הנתונים החסרים בדיאגרמה (המשבצות הריקות).
- מהי כמות הנפט הממוצעת לשנה שהופקה במדינה הנ"ל משנת 1995 עד שנת 1999?

תשובות סופיות:

- (1) א. 68,587 ₪. ב. 36,450 ₪.
- (2) א. 1.45%. ב. 53,345.9 טון.
- (3) א. תוכנית א. ב. תוכנית א.
- (4) בתכנית לחמש שנים.
- (5) א. 27.04 מיליון. ב. 18.905 מיליון.
- (6) א. 171,112 ₪. ב. 150,766 ₪. ג. 140,000 ₪.
- (7) אחרי 3 עשרות (30 שנים).
- (8) א. בשעה 15:00. ב. בשעה 12:00.
- (9) א. כ- 7.2%. ב. 23.68 גרם.
- (10) א. 37.88%. ב. כעבור 8 שנים.
- (11) א. כעבור 4 שנים. ב. 589,600 תושבים.
- (12) א. 40,000,000 (40 מיליון) חיידקים. ב. 10,000,000 (10 מיליון) חיידקים.
ג. כעבור 12 שעות. ד. i. 312,500 חיידקים.
ii. כן, זו הפעם הראשונה בה נותרו פחות מ- 400,000 חיידקים.
- (13) א. 62,500,000 חיידקים. ב. כעבור 3 ימים.
ג. i. לא. ii. כן.
- (14) א. 18.92%. ב. 2,121 סמ"ק. ג. 3,568 סמ"ק.
- (15) א. פי 0.9311. ב. 93.11°C . ג. 49°C .
ד. כי הטמפרטורה כעבור 25 דקות היא 16.78°C , ולכן היו צריכים להוציא את החומר לפני כן.
- (16) א. 2.48%. ב. 61.73°C . ג. 19.92°C .
- (17) א. 6.27%. ב. כעבור כ- 4 שנים.
- (18) א. 5%. ב. i. 8,014.30 ₪. ii. כעבור 4 שנים.
ג. כן. כעבור 10 שנים, משכורתו של דותן תהיה כ- 16,289 ₪ ומשכורתו של שגיב תהיה כ- 13,770 ₪.

19 א.

מכונית	ערך התחלתי	כעבור 1 שנה	כעבור 2 שנים	כעבור 3 שנים
א	150,000 ₪	135,000 ₪	121,500 ₪	109,350 ₪
ב	110,000 ₪	101,200 ₪	93,104 ₪	85,655.68 ₪
הפרש מחירים	40,000 ₪	33,800 ₪	28,396 ₪	23,694.32 ₪

ב. ההפרש קטן ג. כ- 78,803 ₪ ד. 4 שנים.

20 א. 6% ב. כ- 334,556 ₪ ג. כעבור 3 שנים.

21 א. 162,000 ₪ ב. 69,735.69 ₪ ג. לא, כי החוב שלו לבנק הוא 56,485.91 ₪.

22 א. בתחילת שנת 1980 היו בעיר 30,000 תושבים, ובתחילת שנת 1983 היו בעיר 65,910 תושבים. ב. ב- 30% ג. 111,388 תושבים. ד. כ- 17,751 תושבים.

23 א. i. 120,000 ₪ ii. 78,732 ₪ ב. ב- 10% ג. 63,773 ₪.

24 א. i. 640 גרם. ii. 327.68 גרם. ב. ב- 20%

ג. $A(0,1000)$. המשמעות: משקלו ההתחלתי של החומר הרדיואקטיבי הוא 1,000 גרם

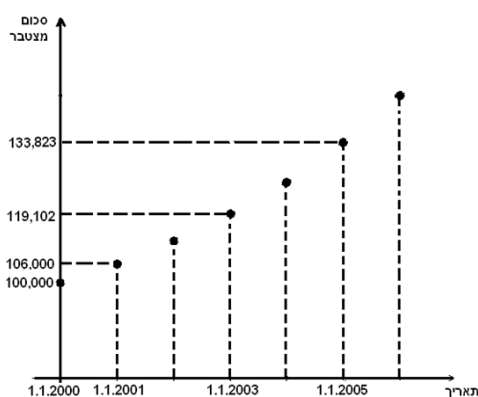
ד. $B(7,209.72)$. המשמעות: כעבור 7 שנים משקלו של החומר הרדיואקטיבי הוא 290.72 גרם. ה. כעבור 4 שנים.

25 א. כ- 126,248 ₪.

ב. ראה טבלה:

ג. 141,852 ₪

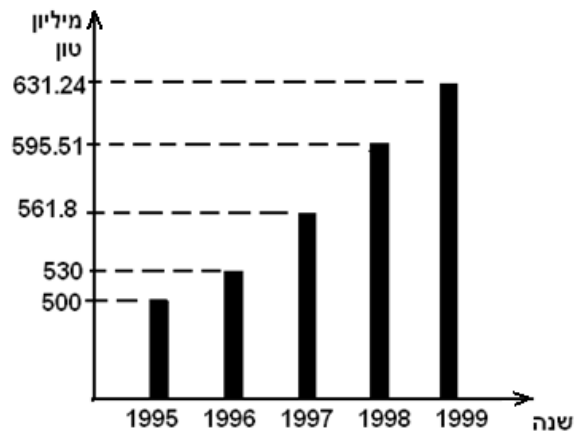
ד. מר לוי הרוויח יותר, כי בתום 6 שנות החיסכון, למר כהן יהיו 136,000 ₪, ואילו למר לוי יהיו 141,852 ₪.



26 א. גרף (1) מתאים לישוב א, גרף (2) מתאים לישוב, ההתאמה נעשתה לפי השוואה של המחיר ההתחלתי. ב. 6% ג. 7%

ד. i. 50,000 ₪ ii. כ- 37,433 ₪ iii. ההפרש קטן.

27 א. ב- 6% ב. ראה טבלה:



ג. 563.71 מיליון טון.

תוכן העניינים:

116	פרק 7
116	סטטיסטיקה
116	מדדים מרכזיים
118	סטיית התקן :
119	שאלות שונות :
125	שאלות מסכמות - משתנים רציפים :
126	תשובות סופיות :
130	שאלות מתוך מאגר משרד החינוך :
135	תשובות סופיות :

פרק 7

סטטיסטיקה

מדדים מרכזיים

- (1) בסרטון זה מוסבר מהי סטטיסטיקה ומהם המדדים המרכזיים.
- (2) נתונה סדרה של ציונים שהתקבלו בכיתה מסוימת:
 $8, 9, 7, 7, 6, 8, 9, 7, 6, 6, 6, 8, 5, 5, 7, 10, 5$
 א. סדר את הציונים בטבלת שכיחויות.
 ב. שרטט דיאגרמת מקלות המתארת את התפלגות הציונים.
 ג. כמה תלמידים בכתה?
 ד. מהו ממוצע הציונים בכיתה?
 ה. מה מספר התלמידים שקיבלו ציון גבוה מהממוצע ומה השכיחות היחסית שלהם בכתה?
- (3) במפעל מסוים עובדים 80 פועלים. ישנן 3 דרגות שכר חודשיות: 3700 ₪, 3800 ₪ ו-3900 ₪. 10 פועלים משתכרים ב-3700 ₪ בחודש, כל אחד. השכר החודשי הממוצע של כל פועלי המפעל הוא 3850 ₪.
 א. מצא את מספר הפועלים המשתכרים 3800 ₪ ו-3900 ₪.
 ב. מהו השכר החודשי השכיח?
 ג. מהו חציון השכר החודשי?
- (4) ערכו מבחן בשתי כיתות. בכיתה הראשונה נבחנו 25 תלמידים והציון הממוצע היה 80. הציון הממוצע בכיתה השנייה היה 72. כמה תלמידים נבחנו בכיתה השנייה, אם הממוצע של הנבחנים בשתי הכיתות היה 77?
- (5) ממוצע של תלמיד ב-7 מבחנים הוא 83. מה צריך להיות הציון שלו במבחן השמיני, כדי שממוצע הציונים שלו יעלה ל-85?
- (6) בדקו ומצאו, כי ממוצע הציונים של תלמיד בעשרה מבחנים הוא 78. התלמיד נבחן במבחן נוסף, אך התברר כי ממוצע הציונים שלו לא השתנה. מה הוא ערכו של הציון הנוסף?

(7) במבחן שנערך במתמטיקה התקבלו הציונים הבאים: 7,8,9. חמישה תלמידים קיבלו את הציון 7, וחמישה קיבלו את הציון 9. שאר התלמידים בכיתה קיבלו את הציון 8. הראה שהממוצע הכיתתי הוא 8.

(8) כיתה חולקה ל-3 הקבצות במתמטיקה. בהקבצה ג' 10 תלמידים והציון הממוצע שלהם הוא 50. בהקבצה ב' 6 תלמידים ובהקבצה א' 4 תלמידים. הציון הממוצע בהקבצה ב' קטן ב-20 מהציון הממוצע בהקבצה א'. מצא את הציון הממוצע בשתי ההקבצות האחרות, אם ידוע כי הממוצע הכיתתי הוא 69.

(9) ציוניהם של תלמידים במבחן במתמטיקה היו 50,70 ו-80 בלבד. 5 תלמידים קיבלו את הציון 50, 8 תלמידים קיבלו את הציון 70 ו-2 תלמידים קיבלו את הציון 80. 3 תלמידים שנעדרו מהמבחן נבחנו במועד מיוחד. כל אחד משלושת התלמידים הללו קיבל 80. המורה צירף את ציונים אלה לציוניהם של שאר התלמידים ומצא את הממוצע החדש, את השכיח ואת חציון הציונים החדש.

א. האם ממוצע הציונים החדש גדל, קטן או לא השתנה?
 ב. האם הציון השכיח השתנה?
 ג. האם חציון הציונים השתנה?

(10) שני חוגגת את יום הולדתה השמיני עם כל בני משפחתה: הוריה רוני ואודט בני ה-40, אחיה שי בן ב-11 ואחותה שרון בת ה-6.

א. מהו הגיל השכיח במשפחה?
 ב. מהו הגיל הממוצע במשפחה?
 ג. מהו חציון הגילאים של המשפחה?
 ד. מאוחר יותר הגיעו לחגיגת יום ההולדת סבא וסבתא של שני. סבא וסבתא של שני נולדו באותה השנה. הגיל הממוצע החדש של החוגגים הוא 33.

i. מה הגיל של סבא וסבתא של שני?
 ii. האם הגיל השכיח של הנוכחים במסיבה השתנה?
 iii. האם חציון הגילאים של הנוכחים במסיבה השתנה?

סטיית התקן:

11 נתונה התפלגות ציונים של 3 תלמידים:
חשב את ממוצע הציונים וסטיית תקן עבור כל אחד.

דניאל	רותי	שמעון
40	60	70
40	60	70
60	65	70
65	70	70
90	75	70
95	80	70
100	80	70

12 חשב את סטיית התקן של המספרים הבאים:
3, 5, 4, 6, 5, 7, 6, 5, 5, 7, 8, 8, 8, 7

13 חישבו את ההוצאה החודשית הממוצעת של משפחה במשך 11 חודשים.
נמצא כי ממוצע ההוצאות לחודש היה 12,000 ₪ וסטיית התקן הייתה 900 ₪.
לאחר מכן הוסיפו לחישובים את ההוצאות של חודש נוסף (החודש ה-12)
והתברר שהממוצע נשאר בלי שינוי.
א. מה היו ההוצאות של החודש הנוסף (החודש ה-12)?
ב. האם סטיית התקן של כל 12 החודשים גדולה או קטנה מסטיית התקן של 11 החודשים? (אין צורך בחישוב אלגברי).

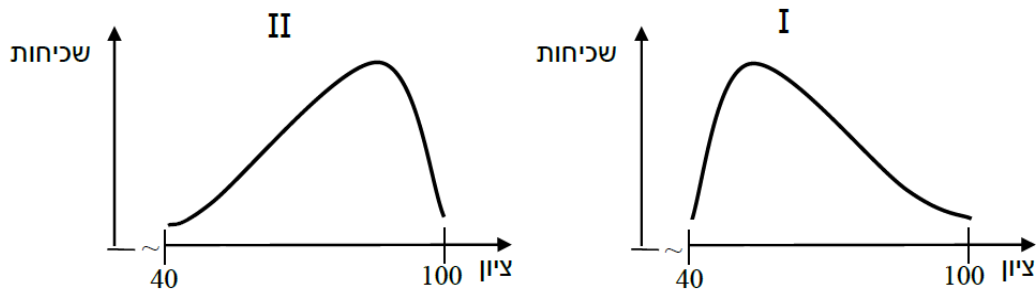
14 ממוצע הציונים של 10 תלמידים בכיתה הוא 8 וסטיית התקן היא 1.5.
נוספו לקבוצה שני תלמידים שהציונים שלהם הם: 6 ו-10.
א. מהו הממוצע של כל הקבוצה, לאחר שנוספו שני התלמידים?
ב. האם סטיית התקן, לאחר שנוספו שני התלמידים, גדלה, קטנה או שלא השתנתה? נמק.
ג. אם במקום שני תלמידים אלו היו נוספים לכיתה 4 תלמידים שהציון של כל אחד מהם הוא 8, אז סטיית התקן של כלל הקבוצה תגדל, תקטן או תישאר ללא שינוי? נמק.

15) ענה על השאלות הבאות:

- א. מצאו את הממוצע ואת סטיית התקן של כל אחת מסדרות הציונים הבאות:
- 6, 10
 - 6, 8, 8, 8, 10
 - 6, 8, 8, 8, 8, 10
 - 6, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 10
- ב. מה ניתן לומר על הממוצע של כל אחת מסדרות הציונים האלו? נמק.
- ג. מה ניתן לומר של סטיות התקן של סדרות הציונים האלו?
- ד. כמה פעמים צריך להופיע הציון 8 בין הציון 6 לציון 10 כדי שסטיית התקן תהיה בדיוק 1? נמק.
- ה. האם ניתן ע"י הוספה של ציון 8 מספר פעמים (בין הציון 6 לציון 10) להגיע לסטיית תקן 0? נמק.

שאלות שונות:

- 16) בשני בתי ספר נערך מבחן משווה לכיתות ח'. בבית הספר "שושנים" הציון הממוצע היה 62 והשכיח 83. בבית הספר "ורדים" הציון הממוצע היה גם כן 62 והשכיח 54. הגרפים שלפניך מתארים את התפלגות הציונים בכל אחד מבתי הספר.



- א. סמנו בכל גרף על ציר הציון את השכיח.
- ב. איזה גרף הוא של בית הספר "שושנים" ואיזה גרף הוא של בית הספר "ורדים"? נמק.

17) לפניך רשימת ציונים: 70, 74, 76, 82, 85, 88, 92.

- א. חשב את ממוצע הציונים ואת סטיית התקן.
- ב. הוסף ציון כך שהממוצע לא ישתנה.
- ג. האם לאחר הוספת המספר, סטיית התקן גדלה? קטנה? או שלא השתנתה? נמק.
- ד. שרון טוענת שאם יתווסף הציון 88 הממוצע יגדל. האם היא צודקת?
- ה. איזה ציון יש לצרף לרשימה המקורית כדי שהציון לא ישתנה?

18) למסיבת פורים התכנסו התושבים ביישוב מסוים. במסיבה נכחו: 40 משתתפים בני 26. 21 משתתפים בני 34 ו-16 משתתפים בני 40.

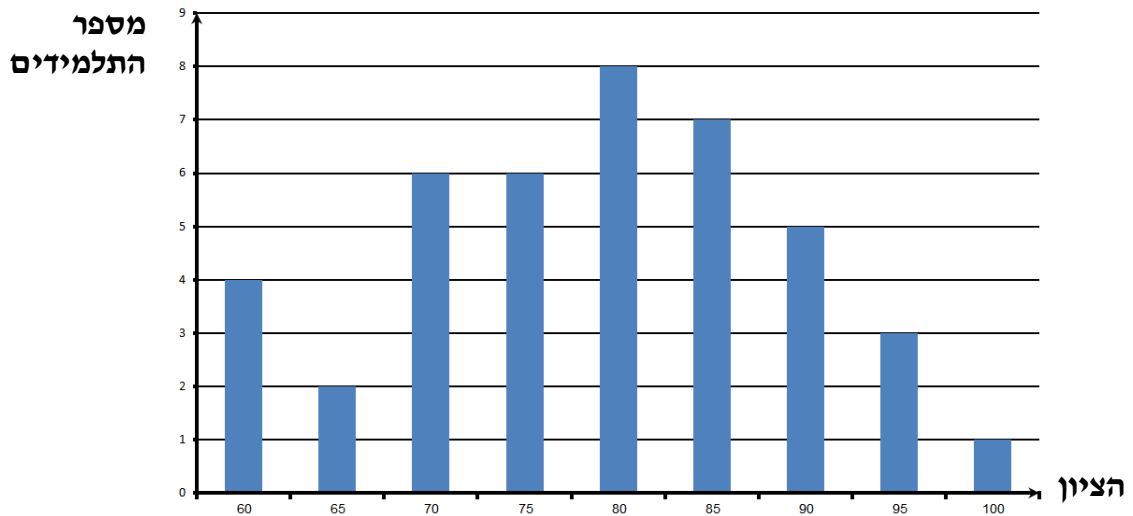
- א. מהו הגיל הממוצע של המשתתפים במסיבה?
- ב. מהו הגיל השכיח של המשתתפים במסיבה?
- ג. מהו חציון הגילאים של המשתתפים?
- ד. כעבור זמן מה מתחילת המסיבה הגיעו 10 תלמידי תיכון כדי להופיע בפני משתתפי המסיבה. האם ממוצע הגילאים של כל הנוכחים במסיבה גדל, קטן או נשאר ללא שינוי? נמק.

19) 6 תלמידים נבחנו במבחן של מיומנויות ב-Microsoft office.

לפניך פירוט של מספר השגיאות שעשה כל אחד מהם: 2, 5, 6, 7, 8, 11 (מספר אחד לכל תלמיד).

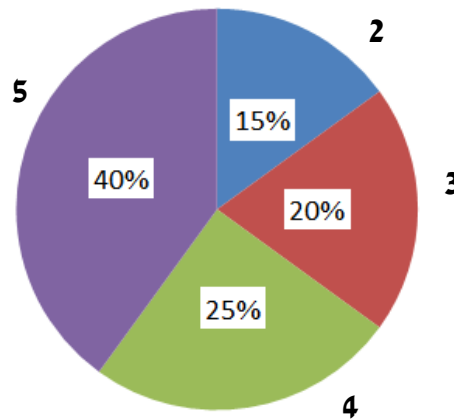
- א. חשב את הממוצע ואת סטיית התקן של מספר השגיאות של התלמידים.
- ב. לאחר לימוד ותירגול נוסף, נבחנו שנית התלמידים. כל אחד מהתלמידים עשה 2 שגיאות פחות ממה שעשה במבחן הקודם. חשב את ממוצע השגיאות החדש והסבר מדוע סטיית התקן לא השתנתה.

20 דיאגרמת העמודות שלפניך מתארת את התפלגות הציונים בכימיה שקיבלו תלמידים בתיכון "בראש טוב":



- א. מהו הציון השכיח?
- ב. מהו מספר התלמידים שלומדים כימיה בתיכון "בראש טוב"?
- ג. חשב את ממוצע הציונים של התלמידים.
- ד. מהו חציון ציוני התלמידים?
- ה. חמישה תלמידים הגישו עירעור על הציון שקיבלו. המורה קיבל את העירעור רק של שניים מהם שציוניהם היו 70 ו-75 והם תוקנו ל-80.
 - i. האם יש שינוי בחציון הציונים לאחר התיקון? נמק.
 - ii. האם יש שינוי בממוצע הציונים לאחר התיקון? נמק.

21) חברת "דיור-לי" בנתה פרויקט שבו היו דירות למגורים בנות: 2,3,4,5 חדרים. הדיאגרמה שלפניך מתארת את התפלגות הדירות בפרויקט:



- מהו מספר החדרים השכיח בפרויקט?
- מהו החציון של מספר החדרים בדירה בפרויקט?
- חשב את מספר החדרים הממוצע בדירה בפרויקט.

בטבלה שלפניך מוצגים מחירי הדירות בנות 4 חדרים:

₪ 1,250,000	₪ 1,200,000	₪ 1,000,000	₪ 920,000	מחיר דירה
16	24	32	8	מספר דירות

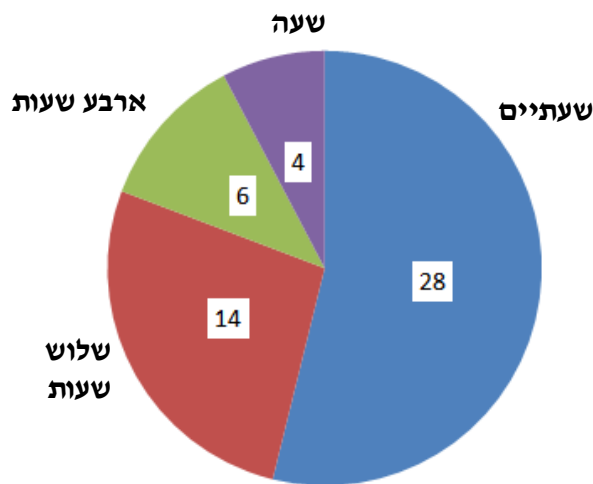
- חשב את המחיר הממוצע של דירה בת 4 חדרים בפרויקט.
- מהו החציון של מחירי הדירות בנות 4 חדרים בפרויקט?
- מהו המספר הכולל של דירות בפרויקט?

22 ביישוב "נווה נוי" יש 180 תלמידים המתנדבים במקומות שונים בקהילה. לפניך התפלגות התלמידים המתנדבים במקומות השונים:

מקום ההתנדבות	מספר המתנדבים	אחוז מבין המתנדבים
חברה להגנת הטבע	45	
צער בעלי חיים		30%
עזרה לקשישים	27	
מד"א	36	
מתנ"סים		10%
סה"כ	180	100%

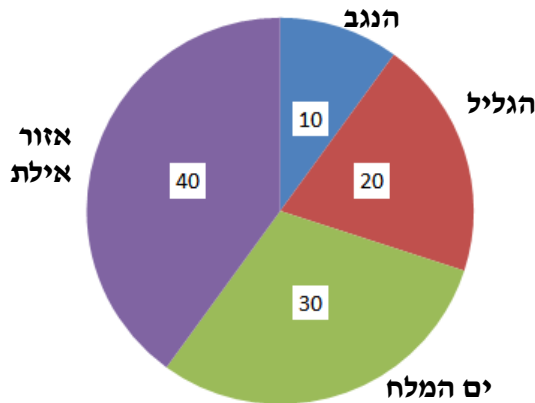
- א. מלא את המשבצות הריקות בטבלה. פרט את חישוביך.
- ב. סרטט דיאגרמת מקלות המייצגת את הנתונים שבטבלה.
- ג. מהו מקום ההתנדבות השכיח?
- ד. מה ההסתברות שאם נבחר באקראי מתנדב, הוא מתנדב בצער בע"ח או בחברה להגנת הטבע?

23 דיאגרמת העיגול שלפניך מציגה את מספר שעות ההתנדבות בשבוע של 52 תלמידים המתנדבים במוסדות ציבוריים:



- א. כמה תלמידים מתנדבים במשך 4 שעות?
- ב. חשב את הממוצע של מספר שעות ההתנדבות במוסדות ציבוריים.
- ג. מהו מספר שעות ההתנדבות השכיח? מה משמעותו?
- ד. מהו החציון של מספר שעות ההתנדבות?
- ה. חשב את סטיית התקן של מספר שעות ההתנדבות.

24) קבוצה של תלמידים מתכננת טיול בחופשת חג הסוכות. ערכו סקר בקרב תלמידים אלה כדי להחליט לגבי מיקום הטיול. דיאגרמת העיגול שלפניך מתארת את תוצאות הסקר באחוזים:



- מהו מיקום הטיול השכיח בקרב התלמידים?
- פי כמה גדול מספר התלמידים שהעדיפו לנסוע לאזור אילת ממספר התלמידים שהעדיפו לנסוע לנגב?
- ידוע כי מספר התלמידים שהעדיפו לטייל בנגב הוא 14.
- מה מספר התלמידים המתכננים לצאת לטיול?

בסקר נשאלו התלמידים גם לגבי מספר ימי הטיול שהם מעדיפים. להלן התוצאות:

5	4	3	2	מספר הימים
30			30	מספר התלמידים

- ידוע כי החציון של מספר ימי הטיול המועדף הוא 3.5 ימים. כמה תלמידים העדיפו 3 ימים וכמה העדיפו 4 ימים? (השלם את הטבלה).
- תלמיד אחד, שתחילה העדיף טיול בן 3 ימים, שינה את דעתו ל-4 ימים. האם החציון של מספר ימי הטיול המועדף השתנה? אם כן, מהו החציון החדש? אם לא נמק.

שאלות מסכמות - משתנים רציפים:

25 הנתונים שלפניך מייצגים את השכר לשעה (ב-₪) של 15 עובדים במשרד מסוים: 28, 39, 46, 41, 31, 34, 44, 50, 35, 37, 37, 41, 38, 45, 42.
א. סדר את הנתונים בטבלה והשלם אותה:

השכר לשעה (₪)	מספר העובדים	גבולות אמיתיים	אמצע קבוצה
28-32			
33-37			
38-42			
43-47			
48-52			
סה"כ			

- ב. חשב את השכר הממוצע לשעה.
ג. מהי השכיחות היחסית של העובדים ששכרם **לפחות** 42.5 ₪ לשעה?
ד. שרטט היסטוגרם של הנתונים.

26 בקבוצת שומרי משקל בדקו את מספר הקילוגרמים שהמשתתפים הורידו ממשקלם במשך שנה. להלן התוצאות:

מס' הק"ג שהורידו	מס' המשתתפים
8-12	5
13-17	20
18-22	15
23-27	

- א. השלם את הטבלה אם ידוע שכל משתתף הוריד ממשקלו בממוצע 18 ק"ג במשך השנה.
ב. מצא את החציון. נמק!
ג. שרטט היסטוגרם של הנתונים (השתמש בגבולות אמיתיים).
ד. חשב את סטיית התקן.

27) בכביש מהיר הופעלה מצלמת מהירות שצילמה את מהירויותיהם של 100 כלי רכב. להלן התוצאות:

115-119	110-114	105-109	100-104	95-99	המהירות (קמ"ש)
y	35	30	x	10	מספר כלי רכב

- א. מצא את x ו- y אם ידוע שהמהירות הממוצעת של כל כלי רכב הייתה 108 קמ"ש.
 ב. חשב את סטיית התקן.
 ג. מצא את החציון של המהירויות.

תשובות סופיות:

2) א. ראה טבלה:

10	9	8	7	6	5	הציון
1	2	3	4	4	3	מספר התלמידים

ג. 17 תלמידים. ד. 7

ה. 6 תלמידים, $35\frac{5}{17}\%$

3) א. 20, 50 ב. 3900 ₪

4) 15 (4) 99 (5) 78 (6)

7) תשובת הוכחה.

8) א. הקבצה ב' – 80. הקבצה א' – 100

9) א. הממוצע גדל. ב. לא. ג. לא.

10) א. 40 ב. 21 ג. 11

ד. i. 63 ii. השכיח הוא 40 או 63. iii. כן – 40

11) דניאל - $\bar{X} = 70, S = 23.452$, רותי - $\bar{X} = 70, S = 8.0178$

שמעון - $\bar{X} = 70, S = 0$

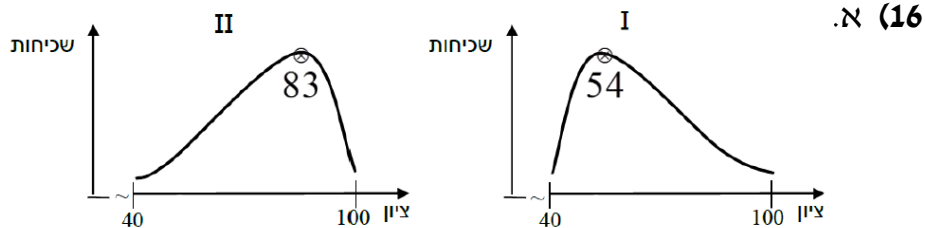
12) 1.512 13) א. 12,000 ₪. ב. קטנה.

14) א. 8 ב. תגדל. ג. תקטן.

(15) א. i. $S = 2, \bar{x} = 8$ ii. $S = 1.26, \bar{x} = 8$ iii. $S = 1.15, \bar{x} = 8$

iv. $S = 0.894, \bar{x} = 8$ ב. קבוע. ג. קטנה.

ד. 6 ה. לא.



ב. I – ורדים. II – שושנים.

(17) א. $S = 7.387, \bar{x} = 81$ ב. 81

ג. קטנה. ד. כן. ה. 82.

(18) א. 31.1 ב. 26 ג. 26

ד. קטן.

(19) א. $S = 2.75, \bar{x} = 6.5$ ב. $\bar{x} = 4.5$

(20) א. 80 ב. 42 ג. 78.8

ד. 80 ה. i. לא. ii. כן.

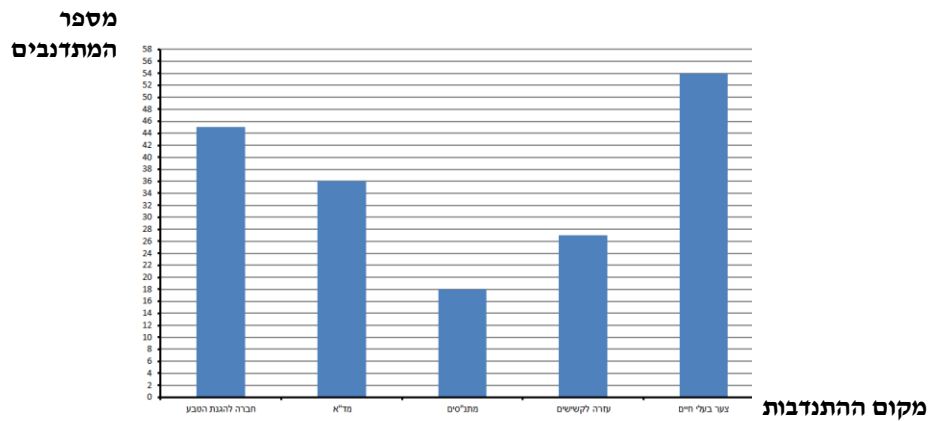
(21) א. 5 חדרים. ב. 4 חדרים. ג. 3.9 חדרים.

ד. 1,102,000 ה. 1,100,000 ₪ ו. 320

22) א. ראה טבלה:

מקום ההתנדבות	מספר המתנדבים	אחוז מבין המתנדבים
חברה להגנת הטבע	45	25%
צער בעלי חיים	54	30%
עזרה לקשישים	27	15%
מד"א	36	20%
מתנ"סים	18	10%
סה"כ	180	100%

ב. ראה טבלה:



ג. צער בע"ח.

ד. 0.55

23) א. 6 תלמידים.

ב. 2.42 שעות.

ג. שעתיים.

ד. שעתיים.

ה. 0.79 שעות.

24) א. אזור אילת.

ב. פי 4.

ג. 140 תלמידים.

ד. 40 תלמידים לכל משבצת. ה. כן. 4.

25) א. ראה טבלה :

השכר לשעה (₪)	מספר העובדים	גבולות אמיתיים	אמצע קבוצה
28-32	2	27.5-32.5	30
33-37	4	32.5-37.5	35
38-42	4	37.5-42.5	40
43-47	4	42.5-47.5	45
48-52	1	47.5-52.5	50
סה"כ	15		

ב. 39.33 ג. $\frac{1}{3}$ ד.

26) א. ראה טבלה :

מס' הק"ג שהורידו	מס' המשתתפים	גבולות אמיתיים	אמצע קבוצה
8-12	5	7.5-12.5	10
13-17	20	12.5-17.5	15
18-22	15	17.5-22.5	20
23-27	10	22.5-27.5	25
סה"כ			

ב. 17.5 ג. ד. 4.58

27) א. $x=15$, $y=10$ ב. 5.61 ד. 108.66 קמ"ש

שאלות מתוך מאגר משרד החינוך:

(1) לפניכם קבוצה של ארבעה מספרים: 7, 10, 15, 16. לקבוצה מוסיפים מספר נוסף x , שערכו בין 10 ל-15. מהו המספר x , אם נתון שהממוצע של חמשת המספרים (ארבעת המספרים הנתונים ו- x) שווה לחציון שלהם.

(2) בטבלה שלפניכם מוצגת התפלגות הציונים בבחינת סיום במתמטיקה בכיתה יב:

90	80	70	60	ציון
1	11	x	7	מספר תלמידים

א. ממוצע הציונים בכיתה זו היה 72.5. חשבו את x .

ב. מהו חציון הציונים? נמק.

ג. מהו הציון השכיח?

ד. מהי סטיית התקן של הציונים?

ה. בוחרים באקראי תלמיד. מה ההסתברות שציונו יהיה 80 ומעלה?

(3) בכיתה שיש בה 25 תלמידים נערך מבחן בשני טורים. הציון הממוצע במבחן של כל התלמידים בכיתה היה 6.9. הציון הממוצע במבחן של 15 התלמידים שישבו בטור א היה 7.5. מה היה הציון הממוצע במבחן של 10 התלמידים שישבו בטור ב?

(4) שקלו 40 שקיות אבקת מרק, ומצאו שמשקלן הממוצע הוא 23 גרם. לאחר מכן, התברר שהייתה טעות בשקילה של 10 השקיות הראשונות, ויש להוסיף 2 גרם למשקל שהתקבל מכל אחת מהשקיות האלה. חשבו את המשקל הממוצע של 40 השקיות של אבקת המרק לאחר תיקון הטעות.

(5) במפעל יש שתי דרגות שכר. 25 פועלים מקבלים שכר לפי הדרגה הנמוכה, ו-75 פועלים מקבלים שכר לפי הדרגה הגבוהה. השכר בדרגה הגבוהה גדול ב-10 ₪ לשעה מן השכר לשעה בדרגה הנמוכה. השכר הממוצע במפעל הוא 35 ₪ לשעה.

א. חשבו את השכר לשעה בכל אחת משתי הדרגות.

ב. מהו השכר השכיח לשעת עבודה?

ג. מהו חציון השכר עבור שעת עבודה במפעל? נמק.

- (6) בשתי כיתות מקבילות ערכו מבחן. בכיתה אחת נבחנו 20 תלמידים, והציון הממוצע היה 80. הציון הממוצע בכיתה האחרת היה 70. הציון הממוצע של כלל הנבחנים משתי הכיתות היה 74. כמה תלמידים נבחנו בכיתה האחרת?
- (7) הציון הממוצע של תלמיד ב-5 מבחנים הוא 72.
- א. התלמיד נבחן במבחן נוסף. התלמיד רוצה שממוצע ציוניו בששת המבחנים יהיה 75. האם ציונו במבחן השישי צריך להיות גדול/קטן/שווה לממוצע של 5 המבחנים? נמק.
- ב. מה צריך להיות ציונו במבחן השישי, כדי שממוצע הציונים שלו בששת המבחנים יהיה 75?
- (8) חישוב את ההוצאה החודשית הממוצעת של משפחה במשך 11 חודשים. נמצא כי ממוצע ההוצאות לחודש היה 4,500 ₪, וסטיית התקן הייתה 100 ₪. לאחר מכן הוסיפו לחישובים את ההוצאות של חודש נוסף (החודש ה-12), והתברר שהממוצע נשאר בלי שינוי.
- א. מה היו ההוצאות של החודש הנוסף (החודש ה-12)? נמקו.
- ב. האם סטיית התקן של כל 12 החודשים גדולה או קטנה מסטיית התקן של 11 החודשים? (אין צורך בחישוב אלגברי).
- (9) מורה חישב ומצא שממוצע הציונים של 20 תלמידים הוא 60, וסטיית התקן היא 1.8. לאחר מכן הוסיף המורה ציון של תלמיד נוסף (התלמיד ה-21), והתברר שהממוצע של כל התלמידים נשאר 60, ורק סטיית התקן השתנתה.
- א. מהו הציון של התלמיד הנוסף (התלמיד ה-21)? נמקו.
- ב. האם סטיית התקן של כל התלמידים (כלומר של 21 התלמידים) גדולה או קטנה מסטיית התקן של 20 התלמידים? (אין צורך בחישוב אלגברי).
- (10) לפניכם רשימת הציונים של 9 תלמידים בכיתה יב בשני מקצועות שונים א ו-ב. התפלגות הציונים במקצוע א היא: 4, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 10. התפלגות הציונים במקצוע ב היא: 4, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 10.
- א. מהו הציון השכיח בכל אחד מהמקצועות?
- ב. מהו הציון הציונים בכל אחד מהמקצועות?
- ג. מהו הציון הממוצע בכל אחד מהמקצועות האלה?
- ד. באיזה משני המקצועות (מקצוע א או מקצוע ב) פיזור הציונים גדול יותר? נמקו.

(11) לפניכם התפלגות של יבול עגבניות בטונות במספר מסוים של חלקות שדה:

9	8	7	6	4	יבול בטונות
7	12	7	8	x	שכיחות

ממוצע היבול לחלקה הוא 7 טון.

א. מצאו בכמה חלקות שדה יבול העגבניות היה 4 טון.

ב. מהו חציון היבול?

ג. מהי סטיית התקן של יבול העגבניות?

(12) ציוניהם של תלמידים במבחן במתמטיקה היו 60, 70 ו-80 בלבד. 4 תלמידים קיבלו את הציון 60, 9 תלמידים קיבלו את הציון 70 ו-5 תלמידים קיבלו את הציון 80. 5 תלמידים, שנעדרו מהמבחן, נבחנו במבחן במועד מיוחד. כל אחד מחמשת התלמידים האלה קיבל את הציון 80. המורה צירף ציונים אלה לציוניהם של שאר התלמידים, ומצא את הממוצע החדש, את השכיח החדש ואת חציון הציונים החדש.

א. האם ממוצע הציונים החדש גדל, קטן או לא השתנה? נמק.

ב. האם הציון השכיח השתנה? נמקו.

ג. האם חציון הציונים השתנה? נמקו.

(13) לפניכם מתוארת ההתפלגות של מספר המכוניות הפרטיות שיש למשפחה ביישוב מסוים.

4	3	2	1	0	מספר מכוניות
6	2	14	x	2	מספר המשפחות

א. ידוע שהשכיחות היחסית של משפחות שיש להן מכונית אחת היא $\frac{1}{4}$.

לכמה משפחות ביישוב יש מכונית אחת?

ב. מהו השכיח של מספר המכוניות למשפחה?

ג. מהו החציון של מספר המכוניות למשפחה?

ד. מה מספר המכוניות הממוצע למשפחה?

ה. בוחרים באקראי משפחה אחת מהיישוב.

ו. מה ההסתברות שבמשפחה זו מספר המכוניות גבוה מהממוצע?

14) במפעל בו עובדים 80 פועלים, יש שלוש דרגות שכר חודשיות: 5,100 ₪, 5,400 ₪ ו-5,700 ₪. השכר החודשי הממוצע של כל פועלי המפעל הוא 5,550 ₪. 10 פועלים משתכרים 5,100 ₪ בחודש, כל אחד.

- א. כמה עובדים משתכרים כל אחד 5,700 ₪ בחודש?
- ב. מהו השכר החודשי השכיח במפעל?
- ג. מהו חציון השכר החודשי?
- ד. בוחרים באקראי פועל אחד.
- ה. מה ההסתברות שמשכורתו קטנה מהשכר החודשי הממוצע?

15) בכיתה מסוימת לומדים 15 בנים ו-13 בנות. ממוצע הגבהים של הבנים הוא 162 ס"מ וממוצע הגבהים של הבנות הוא 158 ס"מ. לכיתה הצטרף תלמיד אחד ותלמידה אחת. כאשר מדדו את הגבהים של שני התלמידים והצטרפו, התברר שהגובה הממוצע של הבנים לא השתנה וגם הגובה הממוצע של הבנות לא השתנה.

- א. מה הגובה של התלמיד שהצטרף? מה הגובה של התלמידה שהצטרפה?
- ב. דפנה אמרה, שגם הגובה הממוצע של כלל תלמידי הכיתה בוודאי לא השתנה לעומת הממוצע שחושב יום קודם. האם דפנה צודקת? נמקו.

16) יובל חוגג את יום הולדתו השישי עם כל בני משפחתו: הוריו משה ומרים בני ה-35, אחיו ניר בן ה-8 ואחותו הדס בת ה-4.

- א. מהו הגיל השכיח במשפחה?
 - ב. מהו הגיל הממוצע במשפחה?
 - ג. מהו חציון הגילאים של המשפחה?
 - ד. מאוחר יותר הגיעו לחגיגת יום ההולדת סבא וסבתא של יובל. סבא וסבתא של יובל נולדו באותה שנה. הגיל הממוצע החדש של החוגגים הוא 30.
- i. מה הגיל סבא וסבתא של יובל?
 - ii. האם הגיל השכיח של הנוכחים במסיבה שתנה? נמקו.
 - iii. האם חציון הגילאים של הנוכחים במסיבה השתנה? נמקו.

17) לפניכם ההכנסות מייצוא ממדינת הדלנד, בין השנים 1996 ל-2000. שם המטבע במדינה זו הוא הד.

שנה	סך הכנסות מייצוא (במיליוני הדים)
1996	20.4
1997	25.4
1998	27.1
1999	37.9
2000	42.6

א. מה היה ממוצע ההכנסות של מדינת הדלנד מייצוא בין השנים 1996 ל-2000.

ב. סטיית התקן של הכנסותיה של מדינת הדלנד מייצוא בשש השנים 1996 עד 2001 שווה לסטיית התקן של הכנסותיה מחמש השנים 1996 עד 2000. האם ניתן להסיק מכך שבשנת 2001 חלה עלייה בייצוא, ירידה בייצוא או שמירה על רמת ההכנסה מהייצוא לעומת שנת 2000? הסבר.

תשובות סופיות:

- (1) $x=12$ א. (2) $x=5$ ב. 75 ג. 80 ד. 9.24
- ה. 0.5 (3) 6 (4) 23.5 ג' א. 27.5 ₪, ב. 37.5 ₪. ג. 37.5 ₪.
- (5) א. 27.5 ₪, ב. 37.5 ₪. ג. 37.5 ₪.
- (6) 30 תלמידים. א. גדול מהממוצע. ב. 90
- (8) א. 4,500 ₪. הסבר: הנתון הנוסף צריך להיות שווה לממוצע.
ב. סטיית התקן של כל 12 החודשים קטנה יותר. הסבר: ההוצאה של החודש הנוסף שווה לממוצע ולכן הסטייה מהממוצע של חודש זה היא 0. מכאן סכום ריבועי הסטיות מהממוצע לא השתנה, אבל הממוצע שלהן קטן (כי מחלקים סכום זה במספר גדול יותר של חודשים).
- (9) א. 60 ב. סטיית התקן של 21 התלמידים קטנה יותר. הסבר: הציון של התלמיד הנוסף שווה לממוצע ולכן הסטייה מהממוצע של ציון זה היא 0. מכאן סכום ריבועי הסטיות מהממוצע לא השתנה אבל הממוצע שלהן קטן (כי מחלקים סכום זה במספר גדול יותר של תלמידים).
- (10) א. השכיח במקצוע א הוא 7 והשכיחים במקצוע ב הם 4 ו-10.
ב. בכל אחד מהמקצועות החציון הוא 7.
ג. בכל אחד מהמקצועות הממוצע הוא 7.
ד. במקצוע ד' הפיזור גדול יותר כי במקצוע א' סטיית התקן היא 1.56 ובמקצוע ב' סטיית התקן היא 2.26.
- (11) א. 6 חלקות. ב. 7 טון. ג. 1.6
- (12) א. הממוצע גדל כי כל הציונים שנוספו היו מעל הממוצע.
ב. כן, כי בהתחלה הציון השכיח היה 70 ולאחר הוספת התלמידים שנבחנו במועד מיוחד הציון השכיח הוא 80.
ג. לא, כי חציון הציונים נשאר 70.
- (13) א. 8 ב. השכיח הוא 2 מכוניות. ג. החציון הוא שתי מכוניות.
ד. 2.0625 ה. 0.25
- (14) א. 50 ב. השכיח – 5,700 ₪. ג. הציון – 5,700 ₪ ד. $\frac{3}{8}$

- (15) א. גובה התלמיד הוא 162 ס"מ וגובה התלמידה הוא 158 ס"מ.
ב. לא, דפנה לא צדקה כי הממוצע הקודם היה 160.13 ס"מ והממוצע החדש הוא 160.14 ס"מ.
- (16) א. הגיל 35. ב. גיל 17.6. ג. גיל 8. ד. i. 61.
ii. כן. עכשיו יש שני שכיחים: 35 ו-61.
iii. כן, החציון הוא 35.
- (17) א. 30.68 מיליוני הדיים. ב. $20.4 < a < 42.6$ ירידה.

תוכן העניינים:

138	פרק 8.....
138	הסתברות.....
138	מבוא :
139	תרגילים העוסקים בחיתוך של 2 מאורעות :
143	תרגילים העוסקים בחיתוך של 3 מאורעות בלתי תלויים :
145	תרגילים העוסקים במאורעות דו-שלביים תלויים :
149	תשובות סופיות :
152	שאלות עם נעלמים :
153	תשובות סופיות :
154	שאלות מתוך מאגר משרד החינוך :
157	תשובות סופיות :

פרק 8

הסתברות

מבוא:

(1) ענה על הסעיפים הבאים :

א. בשק יש 8 כדורים אדומים, 6 כדורים שחורים ו-5 כדורים לבנים.

- i. מה ההסתברות להוציא כדור אדום?
- ii. מה ההסתברות להוציא כדור שחור?
- iii. מה ההסתברות להוציא כדור לבן?

ב. זורקים קובייה אחת עליה רשומים המספרים : 1,2,3,4,5,6.

- i. מה ההסתברות לקבל את הספרה 1?
- ii. מה ההסתברות לקבל את הספרה 2?
- iii. מה ההסתברות לקבל ספרה זוגית?
- iv. מה ההסתברות לקבל ספרה גדולה מ-4?
- v. מה ההסתברות לקבל לפחות 4?
- vi. מה ההסתברות לקבל לכל היותר 4?
- vii. מה ההסתברות לקבל את הספרה 2 או את הספרה 5?
- viii. מה ההסתברות לקבל מספר בין 2 ל-5 (כולל)?

(2) נערכה הגרלה שבה השתתפו כ-200 אנשים. הפרסים שחולקו בהגרלה היו : 10

טלוויזיות, 5 מכשירי D.V.D , 7 מחשבים ו-3 מכוניות מפוארות.

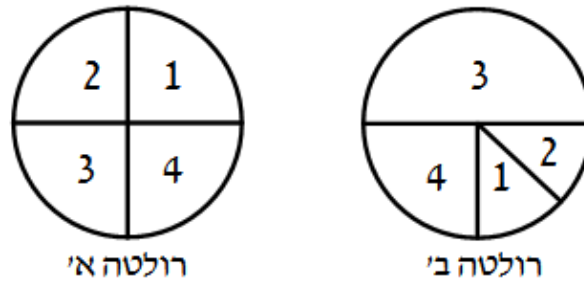
- א. מה ההסתברות לזכות בטלוויזיה?
- ב. מה ההסתברות לזכות בטלוויזיה או במכשיר D.V.D?
- ג. מה ההסתברות לזכות בפרס כלשהו?
- ד. מה ההסתברות לא לזכות כלל בפרס?

- 3) מסובבים סביבון פעם אחת. האותיות הרשומות על הסביבון הן: נ, ג, ה, פ.
- מה ההסתברות שתתקבל האות נ'?
 - מה ההסתברות שתתקבל האות נ' או ה'?
 - מה ההסתברות שלא תתקבל האות נ'?

תרגילים העוסקים בחיתוך של 2 מאורעות:

- 4) זורקים 2 קוביות משחק.
- מהי ההסתברות שסכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה 3?
 - מהי ההסתברות שסכום המספרים שיראו הקוביות יהיה 12?
 - מהי ההסתברות ששתי הקוביות יראו את אותו המספר?
 - מה ההסתברות ששתי הקוביות יראו את הסכום 9?
 - מה ההסתברות ששתי הקוביות יראו סכום גדול מ-9?
 - מה ההסתברות ששתי הקוביות יראו סכום קטן מ-9?
 - מה ההסתברות ששתי הקוביות יראו לפחות את הסכום 9?
 - מה ההסתברות שבדיוק קובייה אחת תראה את הספרה 6?
 - מה ההסתברות שלכל היותר קובייה אחת תראה את הספרה 6?
 - מה ההסתברות שלפחות קובייה אחת תראה את הספרה 6?
- 5) זורקים 2 מטבעות.
- מהי ההסתברות ששני המטבעות יראו את אותו צד?
 - מהי ההסתברות ששני המטבעות יראו צדדים שונים?
 - מהי ההסתברות שהמטבע הראשון יראה עץ והשני פלי?
 - מהי ההסתברות שלפחות אחד מהמטבעות יראה עץ?
- 6) דן ויהונתן משחקים בסביבון חנוכה. (נזכור שעל הסביבון רשומות האותיות: נ, ג, ה, פ). מסובבים את הסביבון פעמיים. דן מנצח אם בשני הסיבובים הסביבון נופל על אותה אות. יהונתן מנצח אם בסיבוב השני הסביבון נופל על האות ג'. למי יש סיכוי גדול יותר לנצח?

7) בבית קזינו ישנן שתי רולטות א' ו-ב'.



הרולטה הראשונה מחולקת ל-4 חלקים שווים. כאשר על כל $1/4$ עיגול רשומות הספרות 1,2,3,4. הרולטה השנייה מחולקת כך: על $1/2$ עיגול רשומה הספרה 3, על $1/4$ עיגול רשומה הספרה 4. על $1/8$ עיגול רשומות הספרות 1 ו-2.

מסובבים את שתי הרולטות.

- מה ההסתברות ששתיהן תעצורנה על אותה ספרה?
- מה ההסתברות שסכום הספרות שיראו שתי הרולטות יהיה 6?
- מה ההסתברות שרולטה א' תראה ספרה גדולה יותר מרולטה ב'?

8) בכד 3 כדורים אדומים ו-5 כדורים ירוקים. מוציאים כדור, מחזירים אותו לכד ומוציאים כדור נוסף.

- מה ההסתברות להוציא כדור ראשון ירוק וכדור שני אדום?
- מה ההסתברות להוציא 2 כדורים בצבעים שונים?
- מה ההסתברות להוציא לפחות כדור אדום אחד?

9) ההסתברות שצלף יפגע במטרה בירייה בודדת היא 0.8. הצלף יורה למטרה פעמיים.

- מה ההסתברות שיפגע במטרה בשתי היריות?
- מה ההסתברות שיפגע בדיוק בירייה אחת?
- מה ההסתברות שיפגע לפחות בירייה אחת?
- מה ההסתברות שיפגע לכל היותר בירייה אחת?

10) בהגרלה מסוימת ניתן לזכות ב-500 ₪, ב-1000 ₪ או לא לזכות בכלל. ההסתברות לזכות ב-500 ש"ח היא 0.4, ההסתברות לזכות ב-1000 ₪ היא 0.1.

- מה ההסתברות לא לזכות כלל?
- אדם משתתף בהגרלה זו פעמיים.
- מה ההסתברות לזכות בדיוק ב-1000 ₪?
- מה ההסתברות לזכות לכל היותר ב-1000 ₪?

- 11** תלמיד ניגש לשני מבחנים : מתמטיקה ואנגלית. ההסתברות שיצליח במתמטיקה היא 0.9, ההסתברות שיצליח באנגלית היא 0.75.
- מה ההסתברות שיצליח בשני המבחנים?
 - מה ההסתברות שיכשל בשניהם?
 - מה ההסתברות שיצליח בדיוק באחד מהמבחנים?
 - מה ההסתברות שיצליח לפחות באחד מהמבחנים?
- 12** שני צלפים יורים למטרה. הצלף הראשון פוגע ב-85% מהיריות, הצלף השני פוגע ב-70% מהיריות.
- מה ההסתברות ששניהם יפגעו במטרה?
 - מה ההסתברות שרק אחד מהם יפגע במטרה?
 - מה ההסתברות שלכל היותר אחד מהם יפגע במטרה?
- 13** ההסתברות להצליח במבחן נהיגה בפעם הראשונה היא 0.52. שני אנשים ניגשו למבחן בפעם הראשונה.
- מה ההסתברות שרק אחד מהם יצליח?
 - מה ההסתברות שלפחות אחד מהם יצליח במבחן?
- 14** ההסתברות ללידת בן שווה להסתברות ללידת בת והיא שווה ל-1/2. במשפחה בת שני ילדים, מה ההסתברות ש :
- שני הילדים הם בנים?
 - לפחות אחד מהם הוא בן?
 - שניהם מאותו המין?
- 15** זורקים שתי קוביות משחק. חשב את ההסתברויות הבאות :
- סכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה 5.
 - סכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה 10.
 - סכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה גדול מ-10.
 - סכום שני המספרים שיראו הקוביות יהיה לפחות 10.
 - סכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה לכל היותר 10.
 - שתי הקוביות יראו מספר זוגי.
 - אחת מהקוביות בלבד תראה מספר זוגי.
 - בדיוק קובייה אחת תראה את הספרה 3.

16 זורקים קובייה (עליה רשומות הספרות 1-6) ומסובבים סביבון שעל ארבע פאותיו ספרות מ-1 עד 4.

- א. חשב את ההסתברות שגם הקובייה וגם הסביבון יראו את הספרה 3.
- ב. חשב את ההסתברות שהקובייה והסביבון יראו את אותו המספר.
- ג. חשב את ההסתברות שהסביבון יראה מספר גדול מהקובייה.

17 בכד יש 8 כדורים אדומים ו- 6 כדורים כחולים. מוציאים באקראי כדור ומחזירים אותו לכד. מערבבים ומוציאים כדור נוסף.

- א. מה ההסתברות להוציא כדור ראשון אדום ושני כחול?
- ב. מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?
- ג. מה ההסתברות להוציא שני כדורים אדומים?
- ד. מה ההסתברות להוציא שני כדורים בעלי אותו צבע?
- ה. מה ההסתברות שלפחות אחד מהכדורים הוא כחול?
- ו. מה ההסתברות שלכל היותר אחד מהכדורים כחול?

18 במשחק מזל אפשר לזכות ב-500 ₪, או לא לזכות בכלל.

ההסתברות לזכות ב-500 ₪ היא $\frac{1}{6}$. ההסתברות לזכות ב-300 ₪ היא $\frac{1}{2}$.

אדם משחק פעמיים.

- א. מהי ההסתברות שהאדם יזכה בדיוק ב-800 ₪?
- ב. מהי ההסתברות לזכות לפחות ב-800 ₪?

19 בהגרלה ניתן לזכות ב-300 ₪, או לא לזכות בכלל. ההסתברות לזכות

ב-600 ₪ היא 0.2. ההסתברות לזכות ב-300 ₪ היא 0.45.

אדם משתתף בהגרלה זו פעמיים.

- א. מה ההסתברות לזכות בדיוק ב-600 ₪ בשני המשחקים ביחד?
- ב. מה ההסתברות לזכות בסכום גדול מ-600 ₪?
- ג. מה ההסתברות לזכות לכל היותר ב-600 ₪?

20 גלגל רולטה מחולק ל-36 גזרות. 20 גזרות צבועות באדום, 12 גזרות צבועות

בכחול ו-4 גזרות צבועות בירוק. אם כדור נופל בגזרה אדומה, השחקן זוכה ב-200 ₪, אם כדור נופל בגזרה כחולה השחקן לא זוכה בכלל ואם כדור נופל בגזרה ירוקה, זוכה השחקן ב-400 ₪.

א. מה ההסתברות לזכות במשחק בודד ב-200 ₪, ב-400 ₪, ולא לזכות כלל? אדם משחק פעמיים.

- ב. מה ההסתברות שיזכה בדיוק ב-400 ₪?
- ג. מה ההסתברות שהשחקן יזכה בפחות מ-400 ₪?

(21) חפיסה של 52 קלפים מחולקת ל-4 סדרות בצבעים שונים: אדום, כחול, סגול וירוק. בכל סדרה הקלפים מסומנים בספרות 1-10, נסיך, מלכה ומלך.

מוציאים מהחפיסה קלף אחד באקראי.

- א. מה ההסתברות שהקלף מראה נסיך?
 - ב. מה ההסתברות שהקלף מראה תמונה כלשהי?
 - ג. מה ההסתברות שהוצא קלף שצבעו סגול?
 - ד. מה ההסתברות שהקלף הוא מלך ירוק?
 - ה. מה ההסתברות שהקלף מראה את הספרה 6?
- מוציאים קלף אחד באקראי, מחזירים אותו לחפיסה ומוציאים קלף נוסף.
- ו. מה ההסתברות להוציא שני קלפים כחולים?
 - ז. מה ההסתברות שהוצאו שני קלפים בעלי אותו צבע?
 - ח. מה ההסתברות להוציא שתי מלכות?

תרגילים העוסקים בחיתוך של 3 מאורעות בלתי תלויים:

(22) תלמיד ניגש לשלוש בחינות. ההסתברות שהתלמיד יצליח בבחינה במתמטיקה היא 0.9, ההסתברות שיצליח בבחינה באזרחות היא 0.65 וההסתברות שיצליח בבחינה בגיאוגרפיה היא 0.8. חשב את ההסתברויות הבאות:

- א. התלמיד יצליח בבחינה במתמטיקה, אך ייכשל בשני המקצועות האחרים.

- ב. התלמיד יצליח רק באחד משלושת המקצועות.
- ג. התלמיד יצליח לפחות באחת משלושת המקצועות.
- ד. התלמיד ייכשל לכל היותר באחד המקצועות.

(23) מטוס מטיל שלוש פצצות על גשר. הסיכוי של הפצצה הראשונה לפגוע הוא 0.3, הסיכוי של הפצצה השנייה לפגוע הוא 0.6 והסיכוי של הפצצה השלישית לפגוע הוא 0.75. מהי ההסתברות שהגשר ייהרס בהפצצה זו אם דרושה לפחות פצצה אחת שתפגע, כדי להרוס את הגשר?

(24) ההסתברות שירד גשם בארץ בערב סוכות היא $1/10$, ההסתברות לגשם בערב חנוכה היא $5/6$ והסיכוי לגשם בערב פורים היא $1/15$. חשב את ההסתברויות הבאות:

- א. ההסתברות שירד גשם בערב חנוכה, אך לא ירד גשם בשני הערבים האחרונים.
- ב. ההסתברות שירד גשם באחד מהערבים בלבד.
- ג. ההסתברות שלא ירד גשם לפחות באחד מערבי החג.

25) שלושה צלפים יורים למטרה. הסיכוי של הצלף הראשון לפגוע במטרה הוא $\frac{3}{5}$.

הצלף השני פוגע במטרה ב-85% מהיריות ואילו הצלף השלישי פוגע במטרה ב-70 מתוך כל 100 יריות.

- מה ההסתברות שרק הצלף הראשון יפגע במטרה?
- מה ההסתברות שרק אחד מהצלפים יפגע במטרה?
- מה ההסתברות שלפחות אחד מהצלפים יחטיא את המטרה?

26) בבית ספר תיכון 52% מהתלמידים הן בנות.

בוחרים באקראי שלושה תלמידים.

- מהי ההסתברות כי כל התלמידים שנבחרו הם בנים?
- מהי ההסתברות כי כל התלמידים שנבחרו הם מאותו מין?
- מהי ההסתברות כי לפחות שניים מהתלמידים שנבחרו הם בנים?

27) 60% מעובדי מפעל מסוים מעשנים. בוחרים באקראי שלושה עובדים.

- מהי ההסתברות ששלושת העובדים שנבחרו מעשנים?
- מהי ההסתברות שלכל היותר שניים מהעובדים שנבחרו הם מעשנים?

28) זורקים שלוש קוביות. חשב את ההסתברויות הבאות:

- רק אחת משלושת הקוביות תראה את הספרה 2.
- לפחות אחת מהקוביות תראה את הספרה 2.
- כל הקוביות יראו מספר זוגי.
- לפחות שתיים מהקוביות תראינה מספר אי-זוגי.

29) זורקים קובייה שלוש פעמים.

- מה ההסתברות שבכל שלושת הזריקות תראה הקובייה את המספר 5?
- מה ההסתברות שהקובייה תראה את אותה ספרה בשלושת הזריקות?
- מה ההסתברות לקבל סדרה של שלושה מספרים עוקבים?
- מה ההסתברות שרק בשתיים משלוש הזריקות תראה הקובייה את הספרה 6?

- 30** בקוביית משחק שלוש פאות צבועות בירוק, פאה אחת צבועה בסגול ושתי פאות צבועות בכחול. מטילים את הקובייה שלוש פעמים.
- מה ההסתברות לקבל בשלושת הזריקות את הצבע הירוק?
 - מה ההסתברות לקבל את הצבע הירוק בהטלה הראשונה, הצבע הכחול בהטלה השנייה, ואת הצבע הסגול בהטלה השלישית?
 - מה ההסתברות לקבל בשלוש ההטלות צבעים שונים?
 - מה ההסתברות שבשלושת ההטלות נקבל אותו צבע?
 - מה ההסתברות שלפחות באחת מההטלות תראה הקובייה צבע ירוק?

תרגילים העוסקים במאורעות דו-שלביים תלויים:

- 31** בתוך כד יש 3 כדורים כחולים ו-4 כדורים סגולים. מוצאים באקראי כדור אחד, מניחים אותו בצד ואז מערבבים ומוציאים באקראי כדור נוסף.
- מה ההסתברות להוציא כדור ראשון כחול ושני סגול?
 - מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?
 - מה ההסתברות להוציא שני כדורים בעלי אותו צבע?
 - מה ההסתברות להוציא לפחות כדור כחול אחד?
- 32** בכד 5 כדורים ירוקים ו-3 כדורים אדומים. מוציאים באקראי כדור אחד. אם הוא אדום מניחים אותו בצד, אם הוא ירוק מחזירים אותו לכד. מערבבים ומוציאים באקראי כדור נוסף. מה ההסתברות להוציא לכל היותר כדור אדום אחד?
- 33** צלף יורה למטרה. ההסתברות שיפגע במטרה בירייה מסוימת, תלויה בתוצאות הירייה שקדמה לה. ההסתברות שיפגע במטרה היא:
- 0.8 אם בירייה שקדמה לה פגע הצלף במטרה ו-0.5 אם בירייה שקדמה לה החטיא הצלף את המטרה. הצלף ירה במטרה פעם אחת והחטיא. לאחר מכן ירה 2 יריות נוספות.
- מה ההסתברות שיחטיא גם בשתי היריות הבאות?
 - מה ההסתברות שיפגע בירייה השלישית?
- 34** ההסתברות שירד גשם ביום מסוים, אם ביום שלפניו ירד גשם היא 0.7. ההסתברות שירד גשם ביום מסוים, אם ביום שלפניו לא ירד גשם היא 0.36. ביום א' ירד גשם. מה ההסתברות שירד גשם ביום ג'?

- 35** בקופסא יש 25 ברגים. חמישה מהם פגומים.
- הוציאו באקראי בורג אחד מן הקופסא. מהי ההסתברות שהבורג שהוצא פגום?
 - הוציאו בורג אחד מן הקופסא, הניחו אותו בצד ואז הוציאו בורג נוסף. מהי ההסתברות שהבורג הראשון פגום ושהבורג השני לא פגום.
 - מהי ההסתברות שרק אחד מהברגים פגום?
 - מהי ההסתברות שלפחות אחד מהברגים פגום?
- 36** בשק גדול 5 כדורים סגולים ו-7 כדורים ירוקים. מוציאים באקראי כדור אחד, אם הוא סגול מניחים אותו בצד, אם הוא ירוק מחזירים אותו לשק. לאחר מכן מוציאים באקראי כדור נוסף.
- מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?
 - מה ההסתברות להוציא שני כדורים בעלי אותו צבע?
- 37** נתונים שני כדים. בכד אחד 10 כדורים ירוקים ו-5 כדורים אדומים. בכד השני 8 כדורים ירוקים ו-7 כדורים אדומים. מטילים קובייה, אם התקבלה ספרה 1 או 2 בוחרים בכד הראשון. אם התקבלה תוצאה אחרת בוחרים בכד השני.
- מה ההסתברות לבחור כדור אדום מהכד הראשון?
 - מה ההסתברות לבחור כדור אדום (מכד כלשהו)?
 - בוחרים כד באקראי וממנו מוציאים באקראי כדור. מניחים אותו בצד ומוציאים כדור נוסף. מה ההסתברות ששני הכדורים יהיו אדומים?
- 38** נתונים שני כדים. בכד הראשון יש 4 כדורים סגולים ו-4 כדורים כחולים. בכד השני יש 3 כדורים סגולים ו-5 כדורים כחולים. בוחרים כד באקראי, מוציאים ממנו כדור, מניחים אותו בצד ומוציאים כדור נוסף מאותו הכד.
- מה ההסתברות לבחור בכד הראשון ולהוציא בדיוק כדור סגול אחד?
 - מה ההסתברות להוציא בדיוק כדור סגול אחד (מכד כלשהו)?
 - מה ההסתברות להוציא לפחות כדור סגול אחד?

39 צלף יורה למטרה. ההסתברות שיפגע במטרה בירייה מסוימת, תלויה בתוצאה הירייה הקודמת. ההסתברות שיפגע במטרה בירייה מסוימת היא 0.8, אם בירייה הקודמת פגע במטרה. ההסתברות שיפגע במטרה היא 0.4, אם בירייה הקודמת החטיא את המטרה. הצלף ירה בפעם הראשונה ופגע. לאחר מכן ירה פעמיים נוספות.

- א. מה ההסתברות שיפגע במטרה גם בשתי היריות הנוספות?
- ב. מה ההסתברות שיפגע במטרה בירייה השלישית?
- ג. מה ההסתברות שיחטיא באחת משתי היריות?
- ד. מה ההסתברות שיחטיא לפחות באחת משתי היריות הבאות?

40 בארץ רחוקה ישנם שני סוגי מזג אוויר: בהיר וקריר. ההסתברות שמזג אוויר יהיה זהה למזג האוויר ביום הקודם שווה ל-0.7. בראשון לחודש מרץ היה יום בהיר. מה ההסתברות שיהיה יום בהיר גם בשלישי למרץ?

41 במשפחת כהן ההסתברות שמין הילוד יהיה זהה למין הילוד בלידה הקודמת שווה ל-3/4. אשתו של מר כהן ילדה בן בכור.

- א. מה ההסתברות שהיא תלד שני בנים נוספים?
- ב. מה ההסתברות שגם הילוד השלישי יהיה בן?
- ג. מה ההסתברות שלפחות אחד משני הילדים הנוספים היא בת?

42 בחדר יושבים 4 נשים ו-3 גברים. נבחר אדם באקראי מן החדר. אם האדם שנבחר הוא גבר הוא יצא מן החדר ואם זו אישה, היא חוזרת אל החדר. מהי ההסתברות שנבחרו שני אנשים מאותו מין?

43 בשק יש 5 כדורים כחולים ו-3 כדורים לבנים. מוציאים באקראי כדור, מניחים אותו בצד ומוציאים כדור נוסף.

- א. מה ההסתברות להוציא שני כדורים בעלי צבעים שונים?
- ב. מה ההסתברות להוציא לכל היותר כדור לבן אחד?

44 בבית ספר תיכון 60% הן בנות. ידוע ש $\frac{3}{4}$ מכלל הבנות מסיימות עם תעודת בגרות ורק מחצית מכלל הבנים מסיימים עם תעודת בגרות.

- א. אם בוחרים תלמיד באקראי:
 - א. מהי ההסתברות שנבחרה בת שסיימה עם תעודת בגרות.
 - ב. מהי ההסתברות שנבחר תלמיד/ה ללא תעודת בגרות?

45 במפעל מסוים עובדים $\frac{2}{3}$ גברים ו- $\frac{1}{3}$ נשים. 70% מהגברים הם בעלי רישיון

נהיגה ו-60% מהנשים הן בעלות רישיון נהיגה. בוחרים באקראי עובד מהמפעל.

א. מהי ההסתברות שנבחר גבר ללא רישיון נהיגה?

ב. מהי ההסתברות שנבחר עובד (גבר או אישה) בעל רישיון נהיגה?

46 בבית ספר תיכון מסוים יש שלוש כיתות יא'. בוחרים כיתה מסוימת וממנה

בוחרים 2 תלמידים למועצת התלמידים.

בכיתה יא1 יש 4 בנות ו-6 בנים.

בכיתה יא2 יש 5 בנות ו-5 בנים.

בכיתה יא3 יש 8 בנות ו-2 בנים.

מהי ההסתברות לבחור שתי תלמידות מכיתה כלשהי?

תשובות סופיות:

	$\frac{5}{19}$.iii	$\frac{6}{19}$.ii	$\frac{8}{19}$.i א. (1)
$\frac{1}{3}$.iv	$\frac{1}{2}$.iii	$\frac{1}{6}$.ii	$\frac{1}{6}$.i ב.
$\frac{2}{3}$.viii	$\frac{1}{3}$.vii	$\frac{2}{3}$.vi	$\frac{1}{2}$.v
$\frac{7}{8}$.ז	$\frac{1}{8}$.ג	$\frac{3}{40}$.ב	$\frac{1}{20}$.א (2)
	$\frac{3}{4}$.ג	$\frac{1}{2}$.ב	$\frac{1}{4}$.א (3)
$\frac{1}{9}$.ז	$\frac{1}{6}$.ג	$\frac{1}{36}$.ב	$\frac{1}{18}$.א (4)
$\frac{5}{18}$.ח	$\frac{5}{18}$.ז	$\frac{13}{18}$.ו	$\frac{1}{6}$.ה
		$\frac{11}{36}$.ז	$\frac{35}{36}$.ט
$\frac{3}{4}$.ז	$\frac{1}{4}$.ג	$\frac{1}{2}$.ב	$\frac{1}{2}$.א (5)
			(6) הסיכוי שווה.
	$\frac{9}{32}$.ג	$\frac{7}{32}$.ב	$\frac{1}{4}$.א (7)
	$\frac{39}{64}$.ג	$\frac{15}{32}$.ב	$\frac{15}{64}$.א (8)
0.36 .ז	0.96 .ג	0.32 .ב	0.64 .א (9)
	0.91 .ג	0.26 .ב	0.5 .א (10)
0.975 .ז	0.3 .ג	0.025 .ב	0.675 .א (11)
	0.405 .ג	0.36 .ב	0.595 .א (12)
		0.7696 .ב	0.4992 .א (13)
	$\frac{1}{2}$.ג	$\frac{3}{4}$.ב	$\frac{1}{4}$.א (14)

- א. (15) $\frac{1}{9}$ ב. $\frac{1}{12}$ ג. $\frac{1}{12}$ ד. $\frac{1}{6}$
- ה. $\frac{11}{12}$ ו. $\frac{1}{4}$ ז. $\frac{1}{2}$ ח. $\frac{5}{18}$
- א. (16) $\frac{1}{24}$ ב. $\frac{1}{6}$ ג. $\frac{1}{4}$
- א. (17) $\frac{12}{49}$ ב. $\frac{24}{49}$ ג. $\frac{16}{49}$ ד. $\frac{25}{49}$
- ה. $\frac{33}{49}$ ו. $\frac{40}{49}$
- א. (18) $\frac{1}{6}$ ב. $\frac{7}{36}$
- א. (19) 0.3425 ב. 0.22 ג. 0.78
- א. (20) $p(0) = \frac{1}{3}$, $p(400) = \frac{1}{9}$, $p(200) = \frac{5}{9}$ ב. $\frac{31}{81}$ ג. $\frac{13}{27}$
- א. (21) $\frac{1}{13}$ ב. $\frac{3}{13}$ ג. $\frac{1}{4}$ ד. $\frac{1}{52}$
- ה. $\frac{1}{13}$ ו. $\frac{1}{16}$ ז. $\frac{1}{4}$ ח. $\frac{1}{169}$
- א. (22) 0.063 ב. 0.104 ג. 0.993 ד. 0.889
- א. (23) 0.93
- א. (24) $\frac{7}{10}$ ב. $\frac{653}{900}$ ג. $\frac{179}{180}$
- א. (25) 0.027 ב. 0.171 ג. 0.643
- א. (26) 0.110592 ב. 0.2512 ג. 0.47
- א. (27) 0.216 ב. 0.784
- א. (28) $\frac{25}{72}$ ב. $\frac{91}{216}$ ג. $\frac{1}{8}$ ד. $\frac{1}{2}$
- א. (29) $\frac{1}{216}$ ב. $\frac{1}{36}$ ג. $\frac{1}{54}$ ד. $\frac{5}{72}$
- א. (30) $\frac{1}{8}$ ב. $\frac{1}{36}$ ג. $\frac{1}{6}$ ד. $\frac{1}{6}$
- ה. $\frac{23}{24}$

$\frac{5}{7}$.ד	$\frac{3}{7}$.ג	$\frac{4}{7}$.ב	$\frac{2}{7}$.א (31)
0.598 (34)	0.65 .ב	0.25 .א (33)	$\frac{25}{28}$ (32)
$\frac{11}{30}$.ד	$\frac{1}{3}$.ג	$\frac{1}{6}$.ב	$\frac{1}{5}$.א (35)
		$\frac{779}{1584}$.ב	$\frac{805}{1584}$.א (36)
	$\frac{52}{315}$.ג	$\frac{19}{45}$.ב	$\frac{1}{9}$.א (37)
	$\frac{5}{7}$.ג	$\frac{31}{56}$.ב	$\frac{2}{7}$.א (38)
0.36 .ד	0.24 .ג	0.72 .ב	0.64 .א (39)
$\frac{7}{16}$.ג	$\frac{5}{8}$.ב	$\frac{9}{16}$.א (41)	0.58 (40)
	$\frac{25}{28}$.ב	$\frac{15}{28}$.א (43)	$\frac{23}{49}$ (42)
$\frac{2}{3}$.ב	0.2 .א (45)	0.35 .ב	0.45 .א (44)
			$\frac{92}{135}$ (45)

שאלות עם נעלמים:

- (1) בכד מספר מסוים של כדורים. 3 כחולים והשאר אדומים.
הסיכוי להוציא שני כדורים אדומים מהכד (בלי החזרה) הוא $\frac{5}{14}$.
כמה כדורים בכד?
- (2) ההסתברות של צלף לפגוע במטרה בירייה הראשונה היא p והיא גדולה מההסתברות שלו להחטיא. אם הוא פוגע, עולה ההסתברות שלו לפגוע בירייה הבאה ב-0.1 ואם הוא מחטיא היא יורדת ב-0.1. הצלף ירה למטרה פעמיים. ההסתברות שפגע במטרה בדיוק בירייה אחת היא 0.38.
א. מצא את p .
ב. מה ההסתברות שהצלף פגע פעמיים במטרה אם ידוע שהוא פגע בה לפחות פעם אחת?
- (3) רפי קנה במכולת חבילה של מסטיק מנטוס צבעוני. בכל חבילה יש 10 סוכריות, חלקן ורודות וחלקן צהובות. רפי מוציא באקראי (בלי החזרה) שתי סוכריות מהחבילה שקנה. ידוע כי ההסתברות ששתיהן תהיינה ורודות קטנה פי 4 מההסתברות להוציא סוכרייה ורודה וסוכרייה צהובה.
א. כמה סוכריות מכל צבע יש בכל חבילה?
ב. רפי מחזיר את הסוכריות בחזרה לחבילה ולאחר מכן מוציא באקראי 3 סוכריות נוספות (בלי החזרה).
מה ההסתברות שכל הסוכריות שהוציא רפי הן צהובות?
שלומי, חברו הטוב של רפי, קנה 3 חבילות "מנטוס".
ג. שלומי מוציא באקראי סוכרייה מכל חבילה.
האם ההסתברות של שלומי להוציא 3 סוכריות צהובות גבוהה או נמוכה מזו של רפי?
ד. שלומי מוציא מכל חבילה שתי סוכריות.
מה ההסתברות שלו להוציא מכל חבילה סוכרייה ורודה ואחר כך צהובה?

- (4) בתוך כד ישנם 8 כדורים, חלקם אדומים וחלקם לבנים. מוציאים באקראי כדור, מניחים אותו בצד ומוציאים כדור נוסף.
- א. מצא כמה כדורים יש בכד מכל צבע אם ידוע כי ההסתברות שהכדור השני שהוצא הוא לבן היא $\frac{3}{8}$.
- ב. ידוע כי הכדור השני שהוצא הוא לבן, מה ההסתברות שהכדור הראשון שיצא הוא אדום?
- (5) בכד ישנם 12 כדורים, חלקם לבנים וחלקם שחורים. אם מוציאים עם החזרה שני כדורים מהכד ההסתברות ששניהם יהיו בעלי אותו הצבע היא $\frac{13}{18}$.
- א. מה ההסתברות להוציא כדור שחור מהכד אם ידוע כי יש יותר כדורים שחורים?
- ב. על 40% מהכדורים השחורים רשום מספר ועל מחצית הכדורים הלבנים לא רשום כלום.
- ג. מה ההסתברות להוציא מהכד כדור שחור שרשום עליו מספר?
- ד. איזה חלק מבין הכדורים שרשום עליהם מספר מהווים הכדורים הלבנים?

תשובות סופיות:

- (1) 8 כדורים.
- (2) א. $p = 0.6$ ב. $\frac{21}{40}$
- (3) א. 4 ורודות ו-6 צהובות ב. $\frac{1}{6}$ ג. גבוהה $\left(\frac{27}{125} > \frac{1}{6}\right)$ ד. $p = 0.0189$
- (4) א. 5 אדומים ו-3 לבנים ב. $\frac{5}{7}$
- (5) א. $p = \frac{5}{6}$ ב. $p = \frac{1}{3}$ ג. $\frac{1}{5}$

שאלות מתוך מאגר משרד החינוך:

- (1) נתונים שני כדים. בכד אחד יש 10 כדורים לבנים ו-5 כדורים שחורים. בכד השני יש 8 כדורים לבנים ו-12 כדורים שחורים. זורקים קובייה. אם המספר שמתקבל הוא 1 או 2, בוחרים באקראי כדור מהכד הראשון. אם מתקבל מספר אחר בוחרים באקראי כדור מהכד השני.
א. מה ההסתברות שנבחר כדור לבן מהכד הראשון?
ב. מה ההסתברות שנבחר כדור לבן?
- (2) בכד יש 5 כדורים: 2 לבנים ו-3 שחורים. מוציאים באקראי כדור אחד מהכד. אם הוא לבן משאירים אותו בחוץ, ואם הוא שחור מחזירים אותו לכד. לאחר מכן מערבבים, ושוב מוציאים באקראי כדור אחד. מה ההסתברות ששני הכדורים שמוציאים יהיו בצבעים שונים?
- (3) בכד יש 2 כדורים לבנים ו-3 כדורים שחורים. מוציאים באקראי כדור אחד ומשאירים אותו בחוץ. מערבבים ומוציאים באקראי כדור שני.
א. מה ההסתברות ששני הכדורים שמוציאים יהיו שחורים?
ב. מה ההסתברות ששני הכדורים שמוציאים יהיו באותו צבע?
ג. מה ההסתברות שהכדור הראשון יהיה לבן והכדור השני יהיה שחור?
- (4) במוסד מסוים $\frac{3}{4}$ מהעובדים הם גברים ו- $\frac{1}{4}$ מהעובדים הם נשים. 80% מהגברים ו-70% מהנשים אינם מעשנים. בוחרים באקראי עובד (גבר או אישה). מה ההסתברות שהעובד שנבחר אינו מעשן?
- (5) במשחק מזל אפשר לזכות ב-600 שקל, אפשר לזכות ב-300 שקל, או לא לזכות כלל. ההסתברות לזכות ב-600 שקל היא $\frac{1}{4}$. ההסתברות לזכות ב-300 שקל היא $\frac{5}{12}$. ההסתברות לא לזכות כלל היא $\frac{1}{3}$. אדם משחק במשחק זה פעמיים.
א. מה ההסתברות שיזכה בדיוק ב-300 שקל?
ב. מה ההסתברות שיזכה בסכום כולל גדול מ-300 שקל?
- (6) בהגרלה מסוימת ההסתברות לזכות ב-500 שקל היא 0.3, ההסתברות לזכות ב-1,000 שקל היא 0.2, וההסתברות לא לזכות כלל היא 0.5. אדם משתתף בהגרלה זו פעמיים. מה ההסתברות שיזכה בדיוק ב-1,000 שקל?

7) ההסתברות לגשם במקום מסוים היא $\frac{1}{7}$ בערב חנוכה, $\frac{1}{6}$ בערב פורים ו- $\frac{1}{15}$ בערב פסח.

- א. מה ההסתברות שיֵרד גשם בערב חנוכה ובערב פסח, אבל שלא יֵרד גשם בערב פורים?
 ב. מה ההסתברות שיֵרד גשם בערב פורים, אבל שלא יֵרד גשם בערב חנוכה ושלא יֵרד גשם בערב פסח?
 ג. מה ההסתברות שיֵרד גשם בכל ערבי החג האלה?
 ד. מה ההסתברות שלפחות אחד מערבי החג האלה יהיה בלי גשם?

8) במחסן מצויים שלושה מתקני התרעה נגד שֵרפה. ההסתברות שהמתקן הראשון יפעל במקרה של שֵרפה היא 0.9. ההסתברות שהמתקן השני יפעל במקרה של שֵרפה היא 0.95. ההסתברות שהמתקן השלישי יפעל במקרה של שֵרפה היא 0.8. מה ההסתברות שלפחות שניים מן המתקנים יפעלו במקרה של שֵרפה?

9) שני קלעים יורים בו-זמנית ירייה אחת לאותה מטרה. ידוע שאחד מהם פוגע במטרה בממוצע 90 מתוך 100 יריות, והאחר-85 מתוך 100 יריות.
 א. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהקלעים האלה יפגע במטרה?
 ב. מה ההסתברות שלפחות אחד מהקלעים האלה יפגע במטרה?

10) ההסתברות להצליח במבחן נהיגה בפעם ראשונה היא $\frac{2}{3}$. שלושה אנשים ניגשים למבחן נהיגה בפעם הראשונה.

- א. מה ההסתברות שבדיוק שניים מהם יצליחו במבחן?
 ב. מה ההסתברות שלפחות שניים מהם יצליחו במבחן?

11) סיכוייו של תלמיד להצליח במתמטיקה הם 0.8, באנגלית – 0.6, ובלשון – 0.7. תלמיד ניגש לבחינות בשלושת המקצועות האלה.
 א. מה ההסתברות שהתלמיד יצליח בשלושת המקצועות?
 ב. מה ההסתברות שהתלמיד יצליח בדיוק בשניים מן המקצועות האלה?
 ג. מה ההסתברות שהתלמיד יצליח לפחות במקצוע אחד?

12 שלושה אנשים יורים למטרה. ההסתברות שהראשון יפגע במטרה היא 0.6, שהשני יפגע בה – 0.8, ושהשלישי יפגע בה – 0.9.

- א. מה ההסתברות שאף אחד מהם לא יפגע במטרה?
ב. מה ההסתברות שלפחות אחד מהם יפגע במטרה?

13 מטוס מטיל שלוש פצצות. ההסתברות שהפצצה הראשונה תפגע בגשר היא 0.4, שהשנייה תפגע בו – 0.5, ושהפצצה השלישית תפגע בו – 0.8. מה ההסתברות שהגשר ייהרס:

- א. כאשר די בפצצה אחת להריסת הגשר?
ב. כאשר דרושות לפחות 2 פצצות להריסת הגשר?

14 זורקים יחדיו שלוש קוביות משחק הוגנות.

- א. מה ההסתברות שבדיוק קובייה אחת תראה 6?
ב. מה ההסתברות שלכל היותר קובייה אחת תראה 6?

15 זורקים יחדיו שלוש קוביות משחק הוגנות.

- א. מה ההסתברות שבכל אחת משלוש הקוביות יתקבל מספר זוגי?
ב. מה ההסתברות שלפחות באחת משלוש הקוביות יתקבל מספר זוגי?

16 זורקים קובייה הוגנת שעל שש פאותיה רשומים המספרים 1,2,3,4,5,6 ומסובבים סביבון שעל ארבע פאותיו רשומים המספרים 1,2,3,4.

- א. מה ההסתברות שהקובייה והסביבון יראו אותו מספר?
ב. מה ההסתברות שהסביבון יראה מספר גדול יותר מהמספר שתראה הקובייה?

17 זורקים שתי קוביות משחק הוגנות.

- א. מה ההסתברות שבכל אחת משתי הקוביות יתקבל מספר זוגי?
ב. מה ההסתברות שלפחות באחת משתי הקוביות יתקבל מספר זוגי?
ג. מה ההסתברות שבדיוק באחת משתי הקוביות יתקבל מספר זוגי?
ד. מה ההסתברות שבכל אחת משתי הקוביות יתקבל מספר זוגי גדול מ-2?

תשובות סופיות:

		ב. $\frac{22}{45}$	א. $\frac{2}{9}$ (1)
ג. $\frac{3}{10}$	ב. $\frac{2}{5}$	א. $\frac{3}{10}$ (3)	$\frac{27}{50}$ (2)
0.29 (6)	ב. $\frac{11}{18}$	א. $\frac{5}{18}$ (5)	0.775 (4)
$\frac{629}{630}$ ד.	ג. $\frac{1}{630}$	ב. $\frac{2}{15}$	א. $\frac{1}{126}$ (7)
$\frac{4}{9}$ א. (10)	ב. 0.985	א. 0.22 (9)	0.967 (8)
			ב. $\frac{20}{27}$
0.008 א. (12)	ג. 0.976	ב. 0.452	א. 0.336 (11)
			ב. 0.998
ב. $\frac{25}{27}$	א. $\frac{25}{72}$ (14)	ב. 0.6	א. 0.94 (13)
		ב. $\frac{7}{8}$	א. $\frac{1}{8}$ (15)
		ב. $\frac{1}{4}$	א. $\frac{1}{6}$ (16)
ד. $\frac{1}{9}$	ג. $\frac{1}{2}$	ב. $\frac{3}{4}$	א. $\frac{1}{4}$ (17)

תוכן העניינים:

159	פרק 9
159	התפלגות נורמאלית
159	ציון תקן
159	תשובות סופיות
160	התפלגות נורמלית
162	תשובות סופיות

פרק 9

התפלגות נורמאלית

ציון תקן:

1) נתונה קבוצת אנשים, בממוצע הגבהים בה הוא 170 ס"מ וסטיית התקן 20.
א. מצא את ציון התקן המתאים לגבהים הבאים:

i. 178 ס"מ.

ii. 170 ס"מ.

iii. 165 ס"מ.

ב. מצא את הגבהים בסנטימטרים, שציוני התקן שלהם הם:

i. -2.15.

ii. 1.5.

iii. 0.5.

2) נתונה התפלגות ציונים בשתי כיתות שונות:

כיתה ב'			כיתה א'				ציון
60	70	80	50	60	70	80	
4	24	4	3	2	9	8	מספר תלמידים

א. מצא את ממוצע הציונים וסטיית התקן בשתי בכיתות.

ב. תלמיד בכיתה א' קיבל את הציון 80. תלמיד בכיתה ב' קיבל גם הוא 80. איזה תלמיד מבין השניים הצליח יותר ביחס לכיתתו?

תשובות סופיות:

1) א. i. 0.4 א. ii. 0 א. iii. -0.25

ב. 1. 123 ס"מ ב. ii. 200 ס"מ ב. iii. 180 ס"מ.

2) א. כיתה א': $\bar{x} = 70$, $S = 10$, כיתה ב': $\bar{x} = 70$, $S = 5$

ב. תלמיד בכיתה ב'.

התפלגות נורמלית:

- (1) בבית ספר מסוים יש 300 תלמידים. ממוצע הגבהים של התלמידים הוא 165 ס"מ. סטיית התקן היא 4.
- א. מה אחוז התלמידים שגובהם מתחת ל-160 ס"מ?
 ב. כמה תלמידים בערך שגובהם מתחת ל-160 ס"מ נצפה למצוא בבית הספר?
 ג. מה אחוז התלמידים שגובהם בין 160 ס"מ ל-170 ס"מ?
- (2) נתונים ציונים בבית ספר אשר מתפלגים נורמלית. הציון הממוצע הוא 75 וסטיית התקן היא 15.
- א. מהו הציון אשר רבע מהציונים גבוהים ממנו?
 ב. בוחרים תלמיד. מה ההסתברות למצוא תלמיד שציונו גבוה מ-95?
 ג. מה ההסתברות למצוא תלמיד שציונו בין 60 ל-80?
- (3) נתונה קבוצת מספרים אשר סטיית התקן שלה היא 8. ידוע כי למספר בקבוצה שערכו 80 מתאים ציון התקן 1.5.
- א. מהו הממוצע?
 ב. 58 הוא מספר בקבוצת המספרים הנתונה. מה ההסתברות למצוא מספר קטן ממנו?
- (4) ציון התקן המתאים לציון 70 הוא 0.84. נתון של-67% מהאוכלוסיה יש ציון קטן מ-66.
- א. מהו הממוצע ומהי סטיית התקן?
 ב. מה ההסתברות למצוא פרט שציונו גבוה מ-82?
- (5) נתונה התפלגות ציונים של קבוצת תלמידים בפיזיקה. ממוצע הציונים הוא 68 וסטיית התקן 6.
- א. מצא את ציון התקן המתאים לציון 71 בבחינה.
 ב. מה ההסתברות למצוא תלמיד שציונו קטן מ-71?
 ג. מה אחוז התלמידים שציוניהם נמוכים מ-71?
- (6) נתונה התפלגות ציונים במתמטיקה בהתפלגות נורמלית. הממוצע הוא 72 וסטיית התקן 12.
- א. מהו אחוז התלמידים שציוניהם נמוכים מ-78?
 ב. מה אחוז התלמידים שציוניהם נמוכים מ-66?
 ג. מה אחוז התלמידים שציוניהם בין 66 ל-78?
 ד. אם בבית הספר 1000 תלמידים, מה מספר התלמידים שציוניהם בין 66 ל-78?

- (7) נתונה התפלגות גבהים בבית הספר. ההתפלגות היא התפלגות נורמלית. ציון התקן המתאים לגובה 190 ס"מ הוא 2.25. סטיית התקן היא 4.
- א. מצא את הממוצע.
 ב. מה אחוז התלמידים שגובהם מעל 190 ס"מ?
 ג. מספר התלמידים שגובהם מעל 190 ס"מ הוא 12.
 מצא כמה תלמידים בערך בבית הספר?
- (8) סדרת מספרים מתפלגים נורמלית עם ממוצע \bar{x} וסטיית תקן 200. ציון התקן המתאים לאיבר 71 בסדרה הוא 0.15.
- א. חשב את הממוצע \bar{x} .
 ב. מצא את ההסתברות לבחור מספר בין 58 ל-50.
- (9) נתונה התפלגות שכר במפעל מסוים. התפלגות השכר היא התפלגות נורמלית. סטיית התקן היא 600 ₪.
- א. מצא את הממוצע אם 61% מרוויחים פחות מ-5200 ₪.
 ב. מצא כמה פועלים במפעל אם ישנם 200 פועלים המרוויחים מעל 6500 ₪.
- (10) בדקו את התפלגות הגילאים של תושבי בית אבות. מצא את ממוצע הגילאים אם גילם של רבע מהתושבים גבוה מ-85 וסטיית התקן היא 10 שנים.
- (11) נתונה התפלגות ציונים במבחן פסיכומטרי עם ממוצע 550 וסטיית תקן 100. מהו הציון ש- $\frac{3}{4}$ מהתלמידים קיבלו ציון גבוה ממנו?
- (12) התפלגות המשקלים של ילדי גן ילדים מתפלגת נורמלית. הממוצע הוא 15 ק"ג וסטיית התקן היא 3.
- א. מהו המשקל ש-20% מכלל הילדים שוקלים יותר ממנו?
 ב. מהו המשקל ש- $\frac{9}{10}$ מכלל הילדים שוקלים פחות ממנו?

תשובות סופיות:

ג. 78.8%	ב. בערך 32 תלמידים	א. 10.6%	(1
ג. 0.47	ב. 0.092	א. 85.05	(2
	ב. 0.106	א. 68	(3
	ב. 0.0207	א. $\bar{x} = 61.6$, $S = 10$	(4
ג. 69.2%	ב. 0.692	א. 0.5	(5
ג. 38.4% ד. 384	ב. 30.8%	א. 69.2%	(6
ג. בערך 983 תלמידים.	ב. 1.22%	א. 181	(7
	ב. 0.124	א. 68	(8
	ב. בערך 3703 פועלים.	א. 5032 ש"ח	(9
		א. 78.3 שנים.	(10
		א. 483	(11
	ב. 18.84 ק"ג.	א. 17.52 ק"ג	(12

תוכן העניינים:

164	פרק 10.....
164	חשבון דיפרנציאלי – פונקציה פולינומית.....
164	חישוב נגזרות:
164	מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה נקודה:
166	מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע:
167	מציאת נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה:
167	פונקציות עם פרמטרים:
168	חקירת פונקציות:
169	נקודות קיצון מוחלטות:
170	תשובות סופיות:

פרק 10

חשבון דיפרנציאלי – פונקציה פולינומית

חישוב נגזרות:

1) גזור את הפונקציות הבאות (נגזרת של רב-איבר ושל מכפלת פונקציות פולינומיות):

א. $y = x^5 - 4x^2 + 8x - 1$ ב. $f(x) = -2x^4 + 6x^2 - 5$

ג. $f(x) = \frac{3x^6}{8} - \frac{1}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 1997$ ד. $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - 2x$

ה. $y = \frac{2x^3 - 5x + 2}{3}$ ו. $f(x) = (2x - 4)^2$

ז. $y = x^2(3x - 9)$ ח. $f(x) = (x^2 - 1)(3 - 4x)$

מציאת שיפוע ומשוואת משיק כאשר נתונה נקודה:

2) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x^2$.

- א. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה: $(1, 2)$.
 ב. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = -2$.

3) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$.

- א. חשב את שיפוע הפונקציה בנקודה: $x = 1$.
 ב. חשב את ערך הנגזרת בנקודה: $x = -2$.
 ג. חשב את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה: $x = 0$.

- (4) נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 5x$. הישר: $y = 6$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות.
 א. מצא את נקודות החיתוך בין הפונקציה והישר.
 ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות אלו.
 ג. מצא את נקודת החיתוך בין המשיקים.
- (5) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 3$ בנקודה שבה: $x = 1$.
- (6) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה: $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x$ בנקודה שבה: $x = 1$.
- (7) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה: $y = x^2(x - 3)$ בנקודה שבה: $x = 3$.
- (8) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 + 8$.
 א. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
 ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה זו.
- (9) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + 3x^2 + 2x$.
 א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
 ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות אלו.
- (10) נתונה הפונקציה: $f(x) = (2x - 2)^2$.
 א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 0.5$.
 ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.
- (11) נתונה הפונקציה: $y = (x - 3)(x^2 + 1)$. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם הצירים.
- (12) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x^2 - 6x$.
 א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x (נסמנס ב-A ו-B).
 ב. מצא את שיפועי המשיקים לפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x .
 ג. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות אלו.
 ד. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים (נסמנה ב-C).
 ה. חשב את שטח המשולש ABC.

מציאת נקודה כאשר ידוע השיפוע:

(13) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x$.

מצא את הנקודות על גרף הפונקציה, ששיפוע המשיק העובר הוא 7.

(14) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 6x$.

מצא את הנקודות על גרף הפונקציה, ששיפוע המשיק העובר הוא -6.

(15) נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^3 - 2$. הישר: $y = -3x$ הוא משיק לפונקציה.

א. מצא את נקודת ההשקה.

ב. הראה שהמשיק חותך את הפונקציה בנקודה $(-2, 6)$.

(16) מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x) = x^3 - x - 1$ המקבילים

לישר: $y = 2x - 7$.

(17) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 7$.

א. מצא נקודות על גרף הפונקציה שהמשיק העובר דרכן מקביל לישר: $y = 7x + 5$.

ב. מצא את משוואות המשיקים.

(18) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{2} - 4x + 10$ המקביל

לישר העובר דרך הנקודות: $(-1, -2)$, $(3, 6)$.

(19) נתונה הפונקציה: $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$. הפונקציה חותכת את ציר ה- y

בנקודה $A(0, 2)$. אחת מנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x היא: $B(2, 0)$.

מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה C המקביל למיתר AB .

מצא את משוואת המשיק.

(20) לפונקציות: $f(x) = x^3$ ו- $g(x) = 2x^2 - x$ יש משיק משותף.

מצא את משוואתו.

מציאת נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה:

(21) מצא את נקודות הקיצון ואת תחומי העלייה והירידה של הפונקציות הבאות:

א. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x$ ב. $f(x) = x(x^2 - 12)$

ג. $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x - 1$ ד. $y = -x(x-3)^2$

ה. $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 8x$ ו. $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + \frac{5}{4}x$

פונקציות עם פרמטרים:

(22) נתונה הפונקציה: $y = ax^2 + 3$, (a פרמטר).

א. מצא את a אם ידוע כי $y'(-1) = 4$.

ב. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 4$.

(23) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 + kx + 1$, (k פרמטר).

א. מצא את k אם ידוע כי שיפוע המשיק בנקודה שבה: $x = -1$ הוא 2.

ב. מצא נקודה נוספת שבה: $f'(x) = 2$.

(24) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 + Ax^2 + 2$ (A פרמטר).

שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה $x = 2$ הוא 4.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.

ג. האם יש נקודה נוספת שהמשיק דרכה לפונקציה הוא בעל שיפוע 4?

(25) הישר $y = -x + 1$ משיק לפונקציה: $f(x) = ax^2 - 3x + 2$ ב- $x = 1$.

מצא את הפרמטר a .

(26) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{Ax^3}{3} - 2x - x - 1$, (A פרמטר). המשיק לפונקציה

בנקודה $x = 3$ מקביל לישר $y = 5x + 3.5$. מצא את משוואת המשיק.

(27) המשיק לפונקציה: $f(x) = 2x^3 + Ax^2 + 2x + 5$ (פרמטר A) בנקודה שבה $x = 1$ מקביל לציר ה- x .

- א. מצא את ערך הפרמטר A .
ב. מצא את משוואת המשיק.

(28) נתון הישר: $y = Ax + B$ (A, B פרמטרים).

ידוע כי הישר משיק לפונקציה: $y = x^3 - 3x^2$ בנקודה שבה: $x = 1$.

- א. מצא את ערך הפרמטר A .
ב. מצא את ערך הפרמטר B .

(29) נתונה הפונקציה: $f(x) = Ax^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$ (A פרמטר).

מצא את ערך הפרמטר A אם ידוע כי לפונקציה יש נקודת קיצון שבה: $y = -1$.

(30) לפונקציה: $f(x) = ax^3 + (a-2)x^2 - 21x$ (a פרמטר) יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 3$. מצא את הפרמטר a ואת ערך הפונקציה באותה נקודה.

(31) נתונה הפונקציה: $f(x) = Ax^3 + 3Ax^2 - 3x$ (A פרמטר).

לפונקציה יש נקודת קיצון ב- $x = -3$. האם יש לפונקציה נקודת קיצון נוספת? אם כן מצא אותה ואת סוג נקודת הקיצון.

(32) לפונקציה: $f(x) = mx^3 - 3x^2$ (m פרמטר) יש נקודת קיצון שבה: $x = 1$.

- א. הוכח שנקודה זו היא נקודת מינימום.
ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה שבה: $x = -2$.

חקירת פונקציות:

(33) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$. חקור לפי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום הגדרה.
ב. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
ג. מציאת נקודות קיצון וקביעת סוג הקיצון.
ד. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

34 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + 3x^3$. חקור לפי הסעיפים הבאים:

- מציאת תחום הגדרה.
- מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
- הראה כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

35 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = -x(x-3)^2$. חקור לפי הסעיפים הבאים:

- מציאת תחום הגדרה.
- מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
- מציאת נקודות קיצון וקביעת סוג הקיצון.
- כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

36 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = (x-2)(4-x^2)$. חקור לפי הסעיפים הבאים:

- מציאת תחום הגדרה.
- מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
- מציאת נקודות קיצון וקביעת סוג הקיצון.
- כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

נקודות קיצון מוחלטות:

37 נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$ בקטע: $[-3; 2]$. מצא את נקודות הקיצון המוחלטות והמקומיות של הפונקציה בתחום הנתון.

38 נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x - x^3$ בקטע: $[-3; 2]$. מצא את נקודות הקיצון המוחלטות והמקומיות של הפונקציה בתחום הנתון.

תשובות סופיות:

א. $y' = 5x^4 - 4x^2 + 8$ ב. $f'(x) = -8x^3 + 12x$ ג. $f'(x) = 5x^4 - 8x + 8$ (1)

ד. $y' = x^2 - 5x - 2$ ה. $y' = 2x^2 - \frac{5}{3}$ ו. $f'(x) = 8x - 16$

ז. $y' = 9x^2 - 18x$ ח. $f'(x) = -12x^2 + 6x + 4$

א. 4 ב. -8 (2)

א. 2 ב. 14 ג. 0 (3)

א. (2,6), (3,6) ב. $y = x + 4, y = -x + 9$ ג. (2.5, 6.5) (4)

$y = 2.5$ (5)

$y = -2x - \frac{1}{6}$ (6)

$y = 9x - 27$ (7)

א. (-2,0) ב. $y = 12x + 24$ (8)

א. (-2,0), (-1,0), (0,0) ב. $y = -x - 1, y = 2x, y = 2x + 4$ (9)

א. $y = -4x + 3$ ב. $(\frac{3}{4}, 0), (0, 3)$ (10)

$y = 10x - 30, y = x - 3$ (11)

א. (3,0), (0,0) ב. 6, -6 ג. $y = 6x - 18, y = -6x$ (12)

ד. (1.5, -9) ה. $13\frac{1}{2}$

א. (-1,0), (2,-6) ב. (-2,8), (2,-16), (0,0) (13)

א. (1,-3) ב. $y = 2x + 1, y = 2x - 3$ (14)

א. $(\frac{7}{6}, \frac{2051}{216}), (-1, 4\frac{1}{2})$ ב. $y = 7x + \frac{287}{216}, y = 7x + 11.5$ (15)

א. $y = 2x - 8$ ב. $y = -x + 4$ ג. $y = 3x - 2$ (16)

א. (21) $\max\left(-2, 3\frac{1}{3}\right), \min\left(1, -1\frac{1}{6}\right)$, עולה : $x < -2$ או $x > 1$, יורדת : $-2 < x < 1$

ב. $\max(-2, 16), \min(2, -16)$, עולה : $x < -2$ או $x > 2$, יורדת : $-2 < x < 2$

ג. $\max\left(1, 1\frac{1}{3}\right), \min\left(5, -9\frac{1}{3}\right)$, עולה : $x > 5$ או $x < 1$, יורדת : $1 < x < 5$

ד. $\min(1, -4), \max(3, 0)$, עולה : $1 < x < 3$, יורדת : $x > 3$ או $x < 1$

ה. עולה לכל x ו. עולה לכל x

א. (22) $a = -2$ ב. -16

א. (23) $k = -1$ ב. $(1, 1)$

א. (24) $y = 4x - 6$ ב. $(0, -6), (1\frac{1}{2}, 0)$ ג. $(-\frac{2}{3}, \frac{22}{27})$

א. (25) $K = -5$ ב. $y = x - 9$

(26) $y = 5x - 19$

א. (27) $A = -4$ ב. $y = 5$

א. (28) $A = -3$ ב. $B = 1$

(29) $A = -\frac{2}{3}$

(30) $(3, 45), a = 1$

א. (31) $\min\left(1, -1\frac{2}{3}\right)$, כן

ב. (32) $y = 36x + 44$

א. (33) כל x ב. $(-1, 0), (0, 0)$ ג. $\min\left(-\frac{1}{3}, -\frac{4}{27}\right), \max(-1, 0)$

א. (34) כל x ב. $(3, 0), (0, 0)$ ג. $\min(1, -4), \max(3, 0)$

א. (34) עולה : $x < -1$ או $x > -\frac{1}{3}$, יורדת : $-1 < x < -\frac{1}{3}$

א. (34) כל x ב. $(3, 0), (0, 0)$ ג. $\min(1, -4), \max(3, 0)$

א. (34) עולה : $1 < x < 3$, יורדת : $x > 3$ או $x < 1$

(35) א. כל x ב. $(0,0)$, $(3,0)$ ג. $\min(1,-4)$, $\max(3,0)$

ד. עולה: $1 < x < 3$ יורדת: $x < 1$, $x > 3$

(36) א. כל x ב. $(2,0)$, $(-2,0)$, $(0,-8)$

ג. $\max(2,0)$, $\min\left(-\frac{2}{3}, -\frac{256}{27}\right)$

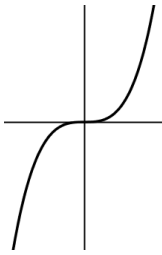
ד. עולה: $-\frac{2}{3} < x < 2$ יורדת: $x < -\frac{2}{3}$, $x > 2$

(37) $\max(2,29)$ מוחלט , $\min(-3,-26)$ מוחלט , $\min(0,1)$ מקומי , $\max(-1,2)$ מקומי.

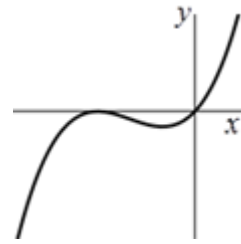
(38) $\max(-3,18)$ מוחלט , $\min(2,-2)$ מוחלט , $\min(-1,-2)$ מוחלט , $\max(1,2)$ מקומי.

סקיצות לשאלות 33-36 :

(34)



(33)



(36)



(35)

